商管科技季刊　第八卷　第四期　民國九十六年
*Commerce & Management Quarterly, Vol. 8, No.4, pp. 443 ~ 456 (2007)*

# 損耗商品考慮指數型態需求率和韋伯損耗率的經濟訂購量模式

# AN EOQ MODEL FOR ITEM WITH WEIBULL DETERIORATION AND EXPONENTIAL DEMAND

**李佩熹**
國立雲林科技大學工業工程與管理所博士生
**童超塵**
國立雲林科技大學工業工程與管理所副教授

**Pei-Hsi Lee**
*Ph.D. student, Graduate School of Industrial Engineering and Management*
*National Yunlin University of Science and Technology*

**Chau-Chen Torng**
*Associate Professor, Graduate School of Industrial Engineering and Managemen*
*National Yunlin University of Science and Technology*

## 摘要

適當的存貨量可以避免不要的浪費和降低成本支出，經濟訂購量將有助於存貨量的管控。許多的研究，損耗性商品的經濟訂購量模式大都假設損耗率和需求率爲線性或者常數，但實際上，兩者都可能隨時間改變而呈現曲線關係。此方面的相關研究，過去曾假設損耗率爲韋伯失效率或者指數需求率來建構經濟訂購模式，但並未在同一個模式中同時被考慮。在本研究中，我們假設損耗率爲韋伯失效率函數和指數需求率情況下，建構不允許缺貨的經濟訂購量模式，並舉三個例題分別說明損耗率爲遞減、常數和遞增三種情況下的經濟訂購量決策。

**關鍵詞：**經濟訂購量、損耗性商品、韋伯失效率、指數需求

## ABSTRACT

To reduce the inventory cost, economic order quantity（EOQ） is frequently determined to maintain the required inventory level. Most researches assume a linear or constant deterioration and demand in developing EOQ model. Some research considered a time dependent model under either a Weibull deterioration or an exponential demand assumption. In this research, we propose an EOQ model without shortage by considering a Weibull deterioration and an exponential demand situations simultaneously. Examples with different deterioration rate（increase, constant, decrease）are given to illustrate our proposed EOQ model implementation.


***Keyword:*** economic order quantity, deterioration, Weibull failure rate, exponential demand

## 壹、前言

存貨可以應付市場突如其來的需求方面的問題，在供給大於需求的情況下，讓損失減至最少。然而，較多的存貨量雖能應付市場變化的風險，卻容易造成成本的負擔，適當存貨量將有助於應付市場風險並減少成本資出和浪費，也可以避免存貨過時與跌價，以及呆料的發生。如何決定適當的訂購量才能讓存貨量最佳化，過去許多研究都以成本的觀點來進行探討，以最小成本的觀點決定最符合經濟效益的訂購量，對此，經濟訂購量（Economic order quantity，EOQ）的成本模式相關議題，這數十年來已經被廣泛的探討，例如：Grubbström and Erdem（1999）、Salameh and Jaber（2000）、Chang（2004）、Jung and Klein（2005）、Berman and Perry（2006）、Sphicas（2006）、Eroglu and Ozdemir（2007）和 Lodree（2007）等研究。

許多的物質在存放的過程中都會發生損耗現象，例如：汽油、揮發性液體。若將這些物質存放，既使在沒有需求的情況下，存貨量也會慢慢的消耗掉。關於損耗商品的經濟訂購量模式，在早期的 Ghare and Schrader（1963）和 Chang（2004）就曾探討過此議題，他們曾假設損耗率為常數情況下，建構存貨成本模式，決定經濟訂購量。但是，在許多實際的狀況，損耗率並非一定會是常數，Lin, Tan, and Lee（2000）探討線性損耗率的存貨模式。另外，Covert and Phillip（1973）和 Phillip（1974）考慮到韋伯分配的形狀參數改變，可以讓失效率呈現隨時間遞減、遞增或常數三種型態，很適合用來表達各種損耗現象，所以假設損耗率會符合韋伯失效率，並建構存貨成本模

式，並決定最佳的經濟訂購量。這些研究中，均假設需求率為一常數值。

在需求率方面，Jung and Klein（2005）、Sphicas（2006）、Eroglu and Ozdemir（2007）和 Lodree（2007）不考慮損耗發生，假設需求律是常數型態，來建構 EOQ 模式，但是需求率也可能如同損耗率一樣會隨時間而變化，Berman and Perry（2006）探討需求率隨時間變動的 EOQ 模式，但是並沒有考慮到產品衰退現象，而 Dave and Patel（1981）是最先探討到損耗商品考慮到需求率隨時間改變的存貨模式，假設需求率會隨時間而呈現線性遞增，但是損耗率則是一個常數值。此後，許多的研究均假設需求率隨時間而呈現線性遞增關係，例如：Sachan（1984）、Chakrabarti and Chaudhuri（1997）、Goswami and Chaudhuri（1991）。而 Hollier and Mak（1991）和 Chang and Dye（1999）考慮到需求率與時間可能是非線性關係，他們採用指數型式的函數作為需求率，並建構經濟訂購量模式，決定最佳的訂購量，然而，Hollier and Mak（1991）和 Chang and Dye（1999）均假設損耗率為常數值，並非隨著時間變化，此假設無法符合現實的存貨情況。

在實際存貨模式中，不論需求率或者是損耗率都有可能同時會隨著時間而改變，單獨假設需求率為常數或者損耗率為常數都是不足以滿足實際的情況，Lin et al.（2000）曾經同時考慮到損耗率和需求率同時受到時間影響，並假設損耗率為線性模式和需求率為指數關係來建構存貨模式。由於韋伯分配具有的多種型態的失效率特性，可以表示為各種的損耗率，會比線性損耗率更符合實際存貨的情況。因此，本研究基於以上的動機，考慮損耗率和需求率同時受到時間影響，在假設指數需求率的情況下，以韋伯失效率函數作為產品的損耗率，為損耗產品建構一個通用經濟訂購量模式，並在不允許缺貨的情況下，為損耗性商品決定最佳的訂購量。

## 貳、基本假設與符號說明

### 一、研究假設

1. 考慮單一種物品，在一個有限的規劃時間內。
2. 物品不允許替換或修理。
3. 物品不允許短缺。
4. 假設需求率為 $D(t)=b_0\exp(b_1t)$，隨時間 $t$ 而改變，$b_0$ 和 $b_1$ 為模式的參數，均為已知的常數。

5. 假設損耗率符合韋伯失效， $\lambda(t)=\alpha\beta t^{\beta-1}$ ，其中，$\alpha$ 和 $\beta$ 為模式的參數，且均為大於 0 的已知的常數。而 $\beta$ 為韋伯分配的形狀參數。

### 二、符號說明

1. $C$：成本係數，表示每件物品的購入成本（購入的單價）。
2. $C_1$：成本係數，表示每件物品每一期的持有（存貨）成本。
3. $C_3$：成本係數，表示每次訂購的成本。
4. $T$ 表示一個存貨週期時間。
5. $t$ 表示時間變數。
6. $d$ 表示總損耗數量。
7. $I(t)$ 表示考慮損耗情況各時間點的存貨水準。
8. $I_o(t)$ 表示不考慮損耗情況各時間點的存貨水準。

## 參、模式的建構

圖 1 表示產品發生損耗時的存貨週期，假設單一個存貨週期的時間是 $T$。當產品發生損耗時，訂購量除了考慮到市場總需求量外，也要增加訂購產品總損耗量，以避免產品損耗造成缺貨，所以，總存貨水準會是市場總需求量加上產品總損耗量。若實線的部份表示每個時間 $t$ 的存貨水準，各時間點的存貨水準以 $I(t)$ 表示，當 $t$=0，則 $I(0)$ 表示考慮損耗的期初存貨水準，由於本研究假設不允許缺貨，所以 $I(0)$ 也會是訂購量。

若無發生產品損耗情況，則每個時間 $t$ 的存貨水準，只會考慮市場的需求量，如同圖 1.虛線的部份，各時間點的存貨水準以 $I_o(t)$ 表示，同樣，當 $t$=0，則 $I_o(0)$ 表示無發生產品損耗的期初存貨水準，而單一個存貨週期產品損耗的數量 $d$ 會是 $I(0)-I_o(0)$。

過去的研究中（例如：Chang & Dye（1999）和 Lin et al.（2000）)，$I(t)$ 大都會呈現凸函數，但是，在需求率假設為指數，且損耗率假設為韋伯失效率情況下，$I(t)$ 並非一定如同圖 1 所繪的凸函數，也有可能會是凹函數或是 S 型遞減函數，損耗率和需求率的改變，均會影響 $I(t)$ 的函數圖形，所以 $I(t)$ 的函數圖形需視損耗率和需求率模式而定。

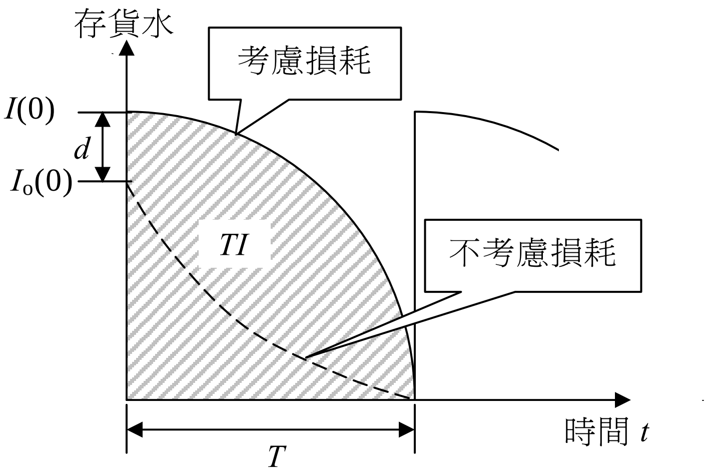


圖 1　發生損耗的 EOQ 模式

需求率 $D(t)$ 表示時間 $t$ 的市場需求量，因此時間 $t$ 到 $T$ 的總需求量可表示爲時間 $t$ 存貨水準 $I_o$（$t$），計算式爲 $\int_t^T D(x)dx$。而時間 $t$ 的損耗量可表示爲 $\lambda(t)\times I(t)$，時間 $t$ 到 $T$ 的總損耗量爲 $\int_t^T \lambda(x)\times I(x)dx$。因此，時間 $t$ 的總存貨水準 $I$（$t$）會是損耗量 $\int_t^T \lambda(x)\times I(x)dx$ 加上市場總需求量 $\int_t^T D(x)dx$，由於損耗率和需求率會隨時間改變，且存或會隨時間增加而減少，所以對 $I$（$t$）作一次微分會得到負值，因此，我們可以透過下面的微分方程式來表示存貨函數 $I$（$t$）

$$\frac{dI(t)}{dt}=-[D(t)+\lambda(t)\times I(t)]$$

$$\frac{dI(t)}{dt}+\lambda(t)\times I(t)=-D(t) \qquad 0\le t\le T \tag{1}$$

將上一章節的基本假設中的韋伯失效率 $\lambda(t)$ 和指數需求率 $D(t)$ 帶入數學式(1)並求解，可以得到存貨水準的函數如下

$$I(t)=\frac{\int_0^t -b_0\exp\left(b_1x+\alpha x^{\beta}\right)dx+k}{\exp\left(\alpha t^{\beta}\right)} \tag{2}$$

$k$ 爲積分常數項。若先令 $t$=0 帶入數學式(2)，我們可以發現 $k$ 爲期初存貨水準，即 $k$=$I$

（0），我們將 $k$=$I$（0）帶回數學式(2)，存貨函數 $I$（$t$）可以重新寫成

$$I(t)=\frac{\int_0^t -b_0\exp\left(b_1x+\alpha x^{\beta}\right)dx+I(0)}{\exp\left(\alpha t^{\beta}\right)} \tag{3}$$

接下來，我們以數學式(3)重新求解期初存貨水準，我們考慮到當 $t$=$T$ 時，表示著一個存貨循環週期的結束，所以時間點 $T$ 的存貨是 0，也就是 $I$（$T$）=0，所以我們將 $t$=$T$ 帶入數學式(3)並令 $I$（$T$）=0，然後我們可以求解出初存貨水準 $I$（0）會是

$$I(0)=\int_0^T b_0\exp\left(b_1x+\alpha x^{\beta}\right)dx \tag{4}$$

而單一個存貨週期的總存貨水準 $TI$ 可以表示爲

$$TI=\int_0^T\frac{\int_0^t -b_0\exp\left(b_1x+\alpha x^{\beta}\right)dx+\int_0^T b_0\exp\left(b_1x+\alpha x^{\beta}\right)dx}{\exp\left(\alpha t^{\beta}\right)}dt \tag{5}$$

數學式(5)中的 $-b_0\exp\left(b_1x+\alpha x^{\beta}\right)$ 是不可積分函數，但是仍可用積分的基本定義來計算一次積分的數値，作法是將 0 到 $t$ 切割 10 萬等份（或更多的等份，切割量越多，所計算的積分數値會越精確），用梯形面積公式計算每個等份從橫軸到 $-b_0\exp\left(b_1x+\alpha x^{\beta}\right)$ 所圍成的面積，最後將所有的面積加總既可獲得 $-b_0\exp\left(b_1x+\alpha x^{\beta}\right)$ 一次積分數値，由於此方法必須花費較長的運算時間，若要再進行二次積分實在不容易，因此數學式（5）計算相當不方便，唯獨有 $\beta$=1 的情況，數學式(5)的結果會是數學式(6)。因此，我們必須要找出近似的函數來計算數學式(5)的總存貨水準。參考 Covert and Phillip（1973）的作法，Covert and Phillip（1973）在探討韋伯損耗經濟訂購量模式時，計算一個存貨週期總存貨水準，發生與數學式(5)類似的情況，而爲了方便計算，他們直接以傳統的總存貨水準計算方式作爲的近似值，傳統總存貨水準計算式爲（$T$×$I$（0））/2。我們也仿照 Covert and Phillip（1973）的方法，以數學式(7)來計算總存貨水準的近似值。

$$TI=\frac{b_0\left\{\alpha+\exp(b_1T)\left[b_1\exp(\alpha T)-b_1-\alpha\right]\right\}}{\alpha b_1(\alpha+b_1)} \tag{6}$$

$$TI=\int_0^T\frac{\int_0^t -b_0\exp\left(b_1x+\alpha x^{\beta}\right)dx+\int_0^T b_0\exp\left(b_1x+\alpha x^{\beta}\right)dx}{\exp\left(\alpha t^{\beta}\right)}dt\approx\frac{T}{2}\int_0^T b_0\exp\left(b_1x+\alpha x^{\beta}\right)dx \tag{7}$$

下一章，我們將會採用 $\beta$=1 的案例評估數學式(6)與數學式(7)在總成本的計算誤差。

而若以近似法估計總存貨水準，則單一個存貨週期的總存貨成本 $C_{TI}$ 會是數學式(8)

$$C_{TI} = \frac{C_1 \times T}{2}\int_0^T b_0 \exp\left(b_1 x + \alpha x^{\beta}\right)dx \tag{8}$$

上述中所探討的均考慮了產品有損耗現象發生，若產品沒有發生損耗的情況，則數學式(1)的存貨函數可以簡化為

$$\frac{dI(t)}{dt} = -D(t) \tag{9}$$

我們利用先前的方法求解數學式(9)，可得到未發生損耗的期初存貨水準 $I_o$（0），如下

$$I_o(0) = -\frac{b_0}{b_1}\left[1-\exp(b_1 T)\right] \tag{10}$$

所以單一存貨週期損耗的總數量 $d$ 會是

$$d = I(0) - I_o(0) = \int_0^T b_0 \exp\left(b_1 x + \alpha x^{\beta}\right)dx + \frac{b_0}{b_1}\left[1-\exp(b_1 T)\right] \tag{11}$$

而總損耗成本 $C_d$ 會是

$$C_d = C \times \left\{\int_0^T b_0 \exp\left(b_1 x + \alpha x^{\beta}\right)dx + \frac{b_0}{b_1}\left[1-\exp(b_1 T)\right]\right\} \tag{12}$$

一個不允許缺貨的存貨成本模式包含了損耗成本 $C_d$、持有成本 $C_{TI}$ 和訂購成本 $C_3$ 三項，應用到我們研究中，將 $C_d$、$C_{TI}$ 和 $C_3$ 帶入存貨成本模式中，我們以單位時間來計算總成本 $TC$，則 $TC$ 會是

$$TC = \frac{C}{T}\left\{\int_0^T b_0 \exp\left(b_1 x + \alpha x^{\beta}\right)dx + \frac{b_0}{b_1}\left[1-\exp(b_1 T)\right]\right\} + \frac{C_1\int_0^T b_0 \exp\left(b_1 x + \alpha x^{\beta}\right)dx}{2} + \frac{C_3}{T} \tag{13}$$

我們以最小總成本的觀點，讓 $T$ 作為求解變數對數學式(13)進行求解，決定最佳的週期時間 $T^*$，之後將 $T^*$帶回數學式(4)，可以計算出期初存貨 $I$（0），此期初存貨 $I$（0）就是最佳的經濟訂購量 $Q^*$。

求解的工具，我們採用 MS Excel2003 進行求解。Excel2003 是相當普及的數學軟體，使用簡單且取得容易，規劃求解工具箱是 Excel2003 內建的工具，求解演算法採用 Lasdon and Waren 所提出的 Generalized Reduced Gradient 演算法（簡稱 GRG2 演算法，相關理論說明可以參閱 Lasdon, Fox, & Ratner, 1974），此演算法在許多數學套裝軟體中均有內建，我們以 Excel2003 求解 Covert and Phillip（1973）中的案例，所得到的 EOQ 為 11.63997，而 Covert and Phillip（1973）的 EOQ 為 11.64，因此，使用 Excel2003 求解複雜 EOQ 模式，仍可獲得具有參考價值的解。

## 肆、例題說明

由於不同的韋伯分配形狀參數 $\beta$，可以呈現出隨時間遞增、遞減、常數型態的失效率函數 $\lambda(t)$，如圖 2 所示。圖 2 中可發現到，若形狀參數 $\beta<1$，則失效率隨時間遞減，若 $\beta=1$，則失效率會是常數，若 $\beta>1$，則失效率隨時間遞增。所以在本實例說明中，我們分成形狀參數 $\beta<1$、$\beta=1$ 和 $\beta>1$ 三個情況來探討，例題 1 為 $\beta<1$ 的案例、例題 2 為 $\beta=1$ 的案例、而例題 3 為 $\beta>1$ 的案例。

例題 1：某一產品的損耗率服從韋伯分配的失效率函數，$\beta=0.8$，$\alpha=0.04$，而需求率會隨時間變化，並呈現指數型態，其參數為 $b_0=80$ 而 $b_1=-0.1$，若產品單價 $C$ 為 10 元，而每期每單位的持有成本 $C_1$ 為 0.01 元，每次訂購成本 $C_3$ 為 50 元，決定最佳的經濟訂購量。

我們以 Excel2003 來建構本實例的成本模式，我們將數值帶入數學式(13)，以規劃求解的工具箱進行求解，可以得到最佳經濟訂購量 $Q^*$約為 172.33，總成本 $TC$= 53.30239，而約每 2.31 期訂購一次（$T^*$=2.31）。

例題 2：某一產品的損耗率隨時間改變，並服從 $\beta=1$，$\alpha=0.24$ 韋伯失效率函數且需求率也會隨時間變化，並呈現參數為 $b_0=10$、$b_1=-0.3$ 的指數型態，若考慮產品單價 $C$ 為 15 元，而每期每單位的存貨成本 $C_1$ 為 0.08 元，每次訂購成本 $C_3$ 為 80 元，找出最佳的經濟訂購量。

以本實例的數值，運用 Excel2003 來建構數學式(13)的成本模式並求解，可得到最佳經濟訂購量 $Q^*$約為 27.26，總成本 $TC$ 為 66.1323，訂購循環週期 $T^*$=2.98。若總存貨水準採用數學式(5)計算，則此最佳經濟訂購量的總成本為 65.89014，兩者誤差約

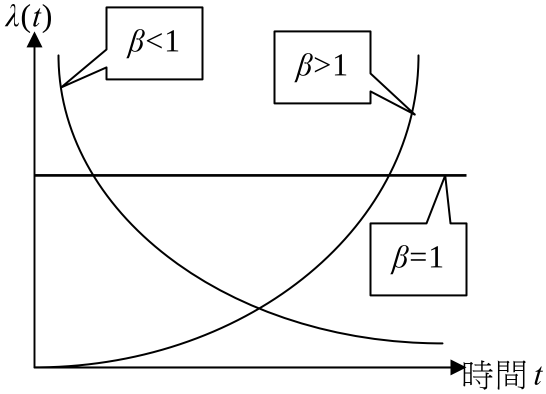


圖 2　相同 $\alpha$ 值所繪製三種形狀參數的韋伯失效率函數

爲 0.24，對於求解的影響不大，因此以數學式(6)計算數學式(5)的近似值是可被接受的。

例題 3：考慮一個產品，其損耗率符合參數爲 $\beta$=2，其餘的模式參數與成本係數都與例題 2 相同，找出最佳的經濟訂購量。

並運用 Excel2003 來求解成本模式，可得到最佳經濟訂購量 $Q^*$約爲 16.13，總成本 $TC$ 爲 76.7959，訂購循環週期 $T^*$=1.6562。

## 伍、敏感度分析

在本章節，我們針對上一章節的三個案例進行敏感度分析，由於 $\beta$ 的不同會改變韋伯失效率函數的圖形，因此調整 $\beta$ 會造成總存貨水準函數 $I(t)$ 完全改變，如同是求解另一個成本函數，其結果必定會與原先的模式會差異很大，此外，從統計的參數估計定義來看，$\beta$ 值得調整會影響到 $\alpha$ 估計值，但是的 $\alpha$ 調整只是讓韋伯機率密度函數的做水平位移，並不會改變韋伯失效率函數的圖形（表示 $\alpha$ 調整不會影響 $\beta$，關於韋伯分配的詳細說明可參閱 Hallinan, 1993），而其餘的模式參數 $b_0$ 和 $b_1$ 調整，並不會完全改變總存貨水準函數 $I(t)$。因此，在每個例題中，我們固定 $\beta$ 值並分別針對成本模式中的參數 $\alpha$、$b_0$ 和 $b_1$，以及成本係數 $C$、$C_1$ 和 $C_3$ 進行調整，並重新求解模式，以了解這些模式參數和成本係數的變化對總成本的影響。每個模式參數和成本係數的調

整比例我們考慮了+20%、+10%、-10%、-20%四種情況，而成本的變動比例彩用下面數學式計算。

$$成本變動比例=\frac{(TC'-TC)}{TC}\times 100\% \tag{14}$$

$TC$ 表示沒有進行參數調整的總成本，而 $TC'$ 表示調整參數比例後從新求解成本模式，所得到的新總成本。以例題 1 的模式參數 $\alpha$ 調整+20%作爲說明，$\alpha$ 調整+20%後會是 0.048，從新求解成本模式後，得到 $T^*$=2.05，$Q^*$=154.97，而損耗數量 $d$=6.99，新的總成本 $TC'$ =59.39752，將此數值和原始的 $TC$=53.30239 帶入數學式（14）可以計算出成本變動比例約爲 11.44%。依此方式，對例題 1~3.進行敏感度分析，並計算成本變動比例。

表 1 列出了例題 1 的敏感度分析結果，在模式參數部分，$b_1$ 的改變對總成本影響較不敏銳，且與成本呈現反變關係，$\alpha$ 和 $b_0$ 的改變對總成本影響最大，兩者均與總成本呈現正變關係。在各項成本係數方面，$C$ 的改變對總成本影響最大，其次是 $C_3$，最後才是 $C_1$，各項成本係數均與總成本呈現正變關係，在這例題中，若能有效的降低購入成本單價 $C$，對降低總成本是很有幫助的，因此未來的存貨管理改善應該要從降低產品購入單價開始著手。表 2 列出了例題 2 的敏感度分析結果，各模式參數和成本係數的改變隊總成本的影響度，與例題 1 相似。

表 3 列出了例題 3 的敏感度分析結果，例題 2 和 3 的差異在於 $\beta$ 的不同，其餘的模式參數和成本係數都相同，從例題 2 和 3 可發現，較大的 $\beta$ 值，所得到的 EOQ 會越小，訂購循環週期也會較短，但是總成本反而會增加。比較表 2 和 3 可以發現，$\beta$ 的增加不會改變模式參數 $\alpha$ 和 $b_0$ 對總成本的影響程度，在這兩個例題中，參數 $\alpha$ 和 $b_0$，都是影響總成本最大的兩個模式參數，只是當 $\beta$ 越大則參數 $\alpha$ 和 $b_0$ 對總成本的影響力會降低，而 $b_1$ 與總成本仍然呈現反變關係。而在成本係數方面，$C$ 和 $C_3$ 的改變仍然對總成本有很大的影響，但是隨著 $\beta$ 越大則 $C_3$ 的改變對總成本的影響程度就越大，$C$ 的影響反而降低，各項成本係數均與總成本呈現正變關係，對於這兩個例題而言，對於 $\beta$ 值較大的商品而言，管理重點應該是著重在降低訂購成本，而對於 $\beta$ 值較小的商品而言，管理重點應該是著重於降低產品購入的單價，如此才能有助於降低總成本。

比較三個例題的敏感度分析可以發現，模式參數的改變會比成本係數更容易影響總成本的變化，所以在進行市場調查時，估計模式的參數要特別小心，盡可能降低估

表 1　例題 1 的敏感度分析

| 模式參數 | 調整比例 | $TC'$ | $T^*$ | $Q^*$ | $d$ | 成本變動比例 | 成本係數 | 調整比例 | $TC'$ | $T^*$ | $Q^*$ | $d$ | 成本變動比例 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $\alpha$ | +20% | 59.3975 | 2.05 | 154.97 | 6.99 | 11.44% | $C$ | +20% | 59.2224 | 2.06 | 154.77 | 5.86 | 11.11% |
| | +10% | 56.4084 | 2.17 | 163.01 | 7.05 | 5.83% | | +10% | 56.3210 | 2.18 | 162.9 | 6.44 | 5.66% |
| | –10% | 50.0623 | 2.49 | 183.32 | 7.22 | –6.08% | | –10% | 50.1499 | 2.48 | 183.42 | 7.99 | –5.91% |
| | –20% | 46.6664 | 2.7 | 196.53 | 7.33 | –12.45% | | –20% | 46.8420 | 2.67 | 196.72 | 9.07 | –12.1% |
| $b_0$ | +20% | 59.3769 | 2.05 | 185.06 | 6.99 | 11.40% | $C_1$ | +20% | 53.4743 | 2.3 | 171.56 | 7.07 | 0.32% |
| | +10% | 56.4023 | 2.17 | 178.84 | 7.05 | 5.82% | | +10% | 53.3885 | 2.31 | 171.94 | 7.1 | 0.16% |
| | –10% | 50.0580 | 2.48 | 165.51 | 7.22 | –6.09% | | –10% | 53.2161 | 2.32 | 172.72 | 7.16 | –0.16% |
| | –20% | 46.6447 | 2.69 | 158.33 | 7.34 | –12.49% | | –20% | 53.1297 | 2.32 | 173.11 | 7.19 | –0.32% |
| $b_1$ | +20% | 52.3597 | 2.43 | 176.31 | 7.52 | –1.77% | $C_3$ | +20% | 57.3637 | 2.62 | 192.92 | 8.76 | 7.62% |
| | +10% | 52.8367 | 2.37 | 174.22 | 7.32 | –0.87% | | +10% | 55.396 | 2.47 | 182.76 | 7.93 | 3.93% |
| | –10% | 53.7578 | 2.26 | 170.61 | 6.96 | 0.85% | | –10% | 51.0648 | 2.16 | 161.59 | 6.34 | –4.20% |
| | –20% | 54.2040 | 2.21 | 169.04 | 6.81 | 1.69% | | –20% | 48.6576 | 2 | 150.46 | 5.57 | –8.71% |

表 2　例題 2 的敏感度分析

| 模式參數 | 調整比例 | $TC'$ | $T^*$ | $Q^*$ | $d$ | 成本變動比例 | 成本係數 | 調整比例 | $TC'$ | $T^*$ | $Q^*$ | $d$ | 成本變動比例 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $\alpha$ | +20% | 75.2098 | 2.43 | 23.94 | 6.69 | 13.73% | $C$ | +20% | 73.4100 | 2.60 | 24.11 | 6.04 | 11.00% |
| | +10% | 70.7905 | 2.66 | 25.39 | 7.05 | 7.04% | | +10% | 69.8557 | 2.77 | 25.55 | 6.72 | 5.63% |
| | –10% | 61.1599 | 3.44 | 29.90 | 8.43 | –7.52% | | –10% | 62.2127 | 3.23 | 29.35 | 8.67 | –5.93% |
| | –20% | 55.6935 | 4.40 | 35.05 | 10.61 | –15.78% | | –20% | 58.0606 | 3.55 | 32.00 | 10.15 | –12.2% |
| $b_0$ | +20% | 73.6026 | 2.59 | 28.82 | 7.19 | 11.30% | $C_1$ | +20% | 66.3510 | 2.96 | 27.11 | 7.50 | 0.33% |
| | +10% | 69.9577 | 2.77 | 28.04 | 7.36 | 5.78% | | +10% | 66.2412 | 2.97 | 27.18 | 7.54 | 0.16% |
| | –10% | 62.0951 | 3.24 | 26.50 | 7.85 | –6.10% | | –10% | 66.0231 | 2.99 | 27.33 | 7.61 | –0.17% |
| | –20% | 57.8035 | 3.59 | 25.81 | 8.24 | –12.59% | | –20% | 65.9137 | 2.99 | 27.40 | 7.65 | –0.33% |
| $b_1$ | +20% | 61.6363 | 3.63 | 31.42 | 7.24 | –6.80% | $C_3$ | +20% | 71.1187 | 3.46 | 31.24 | 9.71 | 7.54% |
| | +10% | 63.7646 | 3.40 | 29.27 | 8.84 | –3.58% | | +10% | 68.7190 | 3.21 | 29.23 | 8.60 | 3.91% |
| | –10% | 68.2476 | 2.72 | 26.08 | 6.83 | 3.20% | | –10% | 63.3340 | 2.75 | 25.31 | 6.61 | –4.23% |
| | –20% | 70.2003 | 2.53 | 25.25 | 6.32 | 6.15% | | –20% | 60.2920 | 2.52 | 23.37 | 5.70 | –8.83% |

表 3　例題 3 的敏感度分析

| 模式參數 | 調整比例 | $TC'$ | $T^*$ | $Q^*$ | $d$ | 成本變動比例 | 成本係數 | 調整比例 | $TC'$ | $T^*$ | $Q^*$ | $d$ | 成本變動比例 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $\alpha$ | +20% | 82.1209 | 1.45 | 14.31 | 2.55 | 6.93% | $C$ | +20% | 81.2265 | 1.48 | 14.15 | 2.19 | 5.77% |
| | +10% | 79.4082 | 1.50 | 14.68 | 2.57 | 3.40% | | +10% | 78.9452 | 1.52 | 14.59 | 2.38 | 2.80% |
| | –10% | 73.4628 | 1.64 | 15.57 | 2.62 | –4.34% | | –10% | 73.9645 | 1.62 | 15.67 | 2.86 | –3.69% |
| | –20% | 70.1648 | 1.72 | 16.11 | 2.66 | -8.63% | | –20% | 71.2161 | 1.68 | 16.35 | 3.18 | –7.27% |
| $b_0$ | +20% | 81.3397 | 1.48 | 16.97 | 2.63 | 5.92% | $C_1$ | +20% | 76.6523 | 1.57 | 15.08 | 2.59 | –0.19% |
| | +10% | 79.0036 | 1.52 | 16.05 | 2.61 | 2.87% | | +10% | 76.5920 | 1.57 | 15.09 | 2.59 | –0.27% |
| | –10% | 73.9018 | 1.62 | 14.11 | 2.58 | –3.77% | | –10% | 76.4712 | 1.57 | 15.10 | 2.60 | –0.42% |
| | –20% | 71.0852 | 1.68 | 13.10 | 2.55 | –7.44% | | –20% | 76.4108 | 1.57 | 15.11 | 2.60 | –0.50% |
| $b_1$ | +20% | 74.7325 | 1.62 | 14.95 | 2.67 | –2.69% | $C_3$ | +20% | 86.4563 | 1.66 | 16.13 | 3.08 | 12.58% |
| | +10% | 75.6376 | 1.59 | 15.02 | 2.63 | –1.51% | | +10% | 81.5629 | 1.61 | 15.63 | 2.84 | 6.21% |
| | –10% | 77.4151 | 1.54 | 15.17 | 2.56 | 0.81% | | –10% | 71.3425 | 1.52 | 14.54 | 2.35 | –7.10% |
| | –20% | 78.2886 | 1.52 | 15.25 | 2.53 | 1.94% | | –20% | 65.9700 | 1.46 | 13.94 | 2.11 | –14.1% |

計誤差，才能避免發生錯誤的經濟訂購量決策。而存貨管理的重點，若能夠有效的降低產品購入單價和每次訂購的成本，將會有助於大幅度降低存貨總成本。

## 陸、結論

適當的存貨量可以避免不要的浪費和降低成本支出，經濟訂購量將有助於存貨量的管控。本研究，我們以韋伯失效率作爲損耗率，以及假設需求率隨時間呈現指數型態，在不允許缺貨情況下，建構了損耗性商品的經濟訂購量模式。透過三個例題分別對損耗率爲遞減、常數和遞增的情況說明經濟訂購量的決定方法，並以敏感度分析，探討消耗率與需求率數學模式參數，和各項成本係數的改變對存貨總成本與最佳訂購量的影響，分析結果可發現到，損耗率與需求率數學模式參數的變化，對存貨總成本影響最大，所以對這些模式的參數進行估計要特別小心，盡可能降低估計誤差，以免造成錯誤的經濟訂購量決策，在三個例題中，有效降低產品購入單價和訂購的成本會有助於減少總成本支出。由於本研究只探討不允許缺貨的經濟訂購量模式，實際上，

允許缺貨或者損失銷售的情況都有可能會發生，未來可以朝向此方面議題更近一步探討。

## 參考文獻

1. Berman, O., & Perry, D. (2006). An EOQ model with state-dependent demand rate. European Journal of Operational Research, 171(1), 255-272

2. Chakrabarti, T., & Chaudhuri, K. S. (1997). An EOQ model for deteriorating items with a linear trend in demand and shortages in all cycles. International Journal of Production Economics, 49, 205-231.

3. Chang, C. T. (2004). An EOQ model with deteriorating items under inflation when supplier credits linked to order quantity. International Journal of Production Economics, 88(3), 307-316.

4. Chang, H. J., & Dye, C. Y. (1999). An EOQ model for deteriorating items with exponential time-varying demand and partial backlogging. Information and Management Sciences, 10(1), 1-11.

5. Covert, R. P., & Phillip, G. C. (1973). An EOQ model for items with Weibull distribution deterioration. AIIE Transactions, 5(4), 323-326.

6. Dave, U., & Patel, L. K. (1981). (T,Si) policy inventory model for deteriorating items with time proportional demand. Journal of Operational Research Society, 32, 137-142.

7. Eroglu, A. & Ozdemir, G. (2007). An economic order quantity model with defective items and shortages. International Journal of Production Economics, 106(2), 544-549.

8. Ghare, P. M., & Schrader, G. F. (1963). A model for exponentially decaying inventory. Management Science, 14(1), 263-273.

9. Goswami, A., & Chaudhuri, K. S. (1991). An EOQ model for deteriorating items with shortages and a linear trend in demand. Journal of Operational Research Society, 42, 1105-1110.

10. Grubbström, R. W., & Erdem, A. (1999). The EOQ with backlogging derived without derivatives. International Journal of Production Economics, 59, 529-530.

11. Hallinan, JR., A. J. (1993). A Review of the Weibull Distribution. Journal of Quality Technology, 25(2), 85-93.

12. Hollier, R. H., & Mak, L. K. (1991). Inventory replenishment policies for deteriorating items in a declining market. International Journal of Production Research, 21, 813-826.

13. Jung, H., & Klein, C. M. (2005). Optimal inventory policies for an economic order quantity model with decreasing cost functions. European Journal of Operational Research, 165(1), 108-126.

14. Lasdon, L. S., Fox, R. L., & Ratner, M. W. (1974). Nonlinear optimization using the generalized reduced gradient method. RAIRO, 3, 73-104.

15. Lin, C., Tan B., & Lee, W. C. (2000). An EOQ model for deteriorating items with time-varying demand and shortages. International Journal of Systems Science, 31(3), 391-400.

16. Lodree, E. J. (2007). EOQ revisited: The case of unequal and integral order quantities. International Journal of Production Economics, 105(2), 580-590.

17. Phillip, G. C. (1974). A generalized EOQ model for items with Weibull distribution deterioration. AIIE Transactions, 6(2), 159-162.

18. Sachan, R. S. (1984). On (T,Si) inventory policy model for deteriorating items with time proportional demand. Journal of Operational Research Society, 35, 1013-1019.

19. Salameh, M. K., & Jaber, M. Y. (2000). Economic production quantity model for items with imperfect quality. International Journal of Production Economics, 64, 59-64.

20. Sphicas, G. P. (2006). EOQ and EPQ with linear and fixed backorder costs: Two cases identified and models analyzed without calculus. International Journal of Production Economics, 100(1), 59-64.



**2007** 年 **04** 月 **13** 日收稿

**2007** 年 **05** 月 **22** 日初審

**2007** 年 **06** 月 **30** 日複審

**2007** 年 **07** 月 **11** 日接受