商管科技季刊　第七卷　第四期　民國九十五年
*Commerce & Management Quarterly, Vol. 7, No.4, pp. 705 ~ 728 (2006)*


# 基差浮動利率債券之評價與提前買回機率分析

# PRICING OF BASIS FLOATING RATE NOTES AND ANALYSIS OF EARLY REDEMPTION PROBABILITY

**陳耿忠**
**台北富邦商業銀行台南分行**
**何怡滿**
**屏東商業技術學院財務金融系**
**許溪南**
**台南科技大學財務金融系**

**Keng-Chung Chen**
*Taipeifubon Commercial Bank*

**Emily Ho**
*Department of Finance*
*National Pingtung Institute of Commerce*

**Hsinan Hsu**
*Department of Finance*
*Tainan University of Technology*

## 摘　要

**本文主要目的在評價基差浮動利率債券，並分析發行機構提前買回的機率。本文除使用蒙地卡羅模擬法進行上述分析外，還進行敏感度分析，以瞭解利率模型參數變動對於基差浮動利率債券的價格以及提前買回機率之影響情形。研究結果發現：**(1)**基差浮動利率債券的理論外幣價格高於發行價格，但其理論台幣價格卻低於發行價格。**(2)**發行機構在到期日之前會提前買回此債券，且在可以開始執行提前買回的第一期之買回機率為最高。**(3)**敏感度分析結果顯示，利率回歸速度與利率年波動率對此商**

品的價格及提前買回機率之影響程度皆不大，只有長期平均利率水準對債券價格及提前買回機率的影響程度較大。

**關鍵詞：基差浮動利率債券、結構性證券、蒙地卡羅模擬法、CIR 利率模型**

## ABSTRACT

This study investigates the pricing of basis floating rate notes by using Monte Carlo simulation method. We also analyze the probability of early redemption of the product. Furthermore, sensitivity analysis is used to examine the effects of parameters in the interest rate model on the bond price and the probability of early redemption. The findings indicate that: (1) The theoretical foreign currency price is higher than its issuing price but the theoretical price in terms of NT dollars for the product is lower than its issuing price. (2) The product will almost surely be recalled by its issuing institution before maturity, and the first period that the bond can be recalled has the highest probability of redemption. (3) The sensibility analysis reveals that both the mean-reverting speed and the fluctuating percentage of the interest rate have no significant influences on the bond pricing and the probability of early redemption. Only the average interest rate in the long term has a significant effect on the bond pricing and the probability of early redemption.

***Keywords:*** basis floating rate notes, structured notes, Monte Carlo simulation, CIR interest rate model

## 壹、前言

近年來許多國際型的投資銀行、國內銀行及證券商，不斷地推出或引進新的金融商品，以滿足不同風險偏好的投資人，也帶動了國內一波波的理財風潮。而兼具高報酬與保本特性的結構性證券（structured notes），更是成為銀行財富管理的主力產品。所謂結構性證券是一種結合固定收益證券與衍生性金融商品的投資工具，連動式債券（linked notes）為結構性證券之一種，結合零息債券及衍生性金融商品，因此，可以保障一定程度的本金，且其報酬和衍生性金融商品連結標的之價格變化有關。連動式債券所連結之標的大多為利率、一籃子股票、股價指數、匯率、商品（如金價、銅價）

與信用等，近年來由於利率走勢較為明朗化，使得連結利率之利率連動式債券逐漸受到投資人的青睞。

基差浮動利率債券（basis floating rate notes）是國內銀行近來常引進的一種利率連動式債券，其特點是根據參考利率的長短期利率差，來決定其配息率。由於基差浮動利率債券是新近推出的商品，過去文獻對於此商品所進行的相關研究極為少見，只有陳俐芊（2003）曾經利用 Hull and White（1994）三元樹狀法來進行評價。然而使用樹狀法來評價路徑相依（path dependent）金融商品的過程極為繁複，且不易求算發行機構提前買回的機率。蒙地卡羅模擬法（Monte Carlo simulation method）能夠評價結構複雜之路徑相依金融商品，其評價方法簡易且具彈性，尤其可以計算發行機構提前買回的機率。因此，本文使用蒙地卡羅模擬法評價基差浮動利率債券，並計算發行機構提前買回的機率。此外，本文還進行敏感度分析，以瞭解利率模型參數的變動對基差浮動利率債券的價格與提前買回機率的影響。

本文之研究結果，可以協助投資人瞭解基差浮動利率債券的報酬與風險，做為進行投資與風險管理決策時之重要參考依據。本文之研究目的歸納如下：

1. 說明基差浮動利率債券的特性，並模擬其合理的外幣與台幣價格。
2. 分析基差浮動利率債券發行價格的折、溢價幅度，以及合理價格的分佈情形。
3. 計算發行機構提前買回的機率，以判斷基差浮動利率債券的流動性風險。
4. 透過敏感度分析，探討利率模型參數變動對於基差浮動利率債券的價格與提前買回機率的影響。

本文分為五大部分：第一部分為前言，說明本文之研究動機與目的。第二部分為基差浮動利率債券之分析，包括商品之簡介、發行條款、商品結構及風險分析等。第三部分為研究方法，介紹蒙地卡羅模擬方法，以及模擬過程中所涉及的利率模型、匯率模型與參數之估計方法。第四部分為結果與分析，包括價格之模擬結果、提前買回之機率及敏感度分析等。最後，第五部分為結論。

## 貳、基差浮動利率債券之分析

### 一、基差浮動利率債券之簡介

基差浮動利率債券之連結標的通常是美國長天期與短天期固定期限交換利率（constant maturity swap rate）的利差，理論上，長短天期交換利率的利差以正價差為常態，當利差愈大時，則配息率愈高；反之，則配息率愈低。所謂「固定期限交換」（constant maturity swap，CMS）為利率交換的一種類型，利率交換的一端為固定期限交換利率（CMS rate），如 10 年期交換利率，在每次的利率交換時點都以當時的 10 年期交換利率作為計算該期利息支付（收取）金額的利率；而利率交換的另一端可以是市場上另一浮動的指標利率，如 6 個月的 LIBOR，也可以是固定利率。CMS 對避險者而言，是規避長天期資產或負債利率風險的途徑之一，另外，CMS 利率也是一種美元借款利率的指標，常用於外國公司發行美元債券時的參考利率。

基差浮動利率債券的結構是由「零息債券」與「浮動對浮動利率交換」所組成，其主要的概念是買進「零息債券」來保障本金，另外再簽訂一個「收長天期交換利率／付短天期交換利率」的交換契約，以決定其配息率的多寡。

自 2003 年起，國內銀行陸續引進以長短天期 CMS 利率差額為連結標的之基差浮動利率連動式債券，本文即以富邦銀行於 2003 年所推出的基差浮動利率債券－「穩當得利倍速利差連動式債券」為例，來進行評價與分析。

## 二、基差浮動利率債券之發行條款

「穩當得利倍速利差連動式債券」之詳細發行條款見表 1，其產品特色如下：

1. 保障配息：發行機構於一年期滿後始得執行提前買回權，首年固定配息 5.75%，遠優於定存。
2. 每季配息：每季配息一次，除第一年採固定配息外，第二年起依計息公式給息。
3. 連動利率：連動 30 年期和 2 年期的 CMS 利差，利差愈大，配息愈高。
4. 期滿還本：六年到期時拿回 100%本金。
5. 投資人中途贖回：若投資人在到期日之前提早贖回連動債，最低贖回金額為 USD 5 萬元，且於每年之 3/25、6/25、9/25、12/25 開放贖回。贖回價是依贖回當時該債券在次級市場的實際市價，故無法保證本金全數收回。

## 三、基差浮動利率債券之商品結構分析

從投資人的角度來看，「穩當得利倍速利差連動式債券」可以拆解為買進「零息

表 1　「穩當得利倍速利差連動式債券」發行條款

| | |
|---|---|
| 發行券商 | 盧森堡銀行（BGL） |
| 發行日 | 2003.06.24 |
| 到期日 | 2009.06.24 |
| 債信評等 | Aa3/AA- |
| 發行價格 | USD100元 |
| 到期贖回價格 | USD100元 |
| 付息日 | 存續期間之6/24、9/24、12/24、3/24 |
| 連動利率 | 付息日前二個營業日USD30年期和2年期的CMS利差 |
| 付息方式 | 第一年：無須任何條件，年息5.75%，每季配息<br>第二年起：Max[1.0%＋1.25×(30年期CMS－2年期CMS), 0] |
| 申購手續費 | 1.5% |
| 信託保管費 | 第一年免費，第二年起0.2% |
| 客戶贖回機制 | 最低贖回金額USD 5萬元，得於每年之3/25、6/25、9/25、12/25開放贖回，但無法保證本金全數收回 |
| 提前買回機制 | 發行公司自2004.6.25起，得於每季起於五個工作日前預先告知後，執行提前解約買回 |
| 可能風險 | 30年期CMS小於2年期CMS的風險，美元匯率風險 |
| 投資時機 | 預期未來長期利率大於短期利率的利差持續走高，投資人可享有債券利息持續上升的優惠 |
| 投資報酬 | 保障第一年可獲得債券票面利息5.75%，其餘交易期間內依計息公式給息，利差愈大，配息愈高 |

債券」、簽訂「浮動對浮動利率交換合約」與賣出「百慕達式買權（Bermudan option）」，其詳細拆解結構如下：

## (一) 買進零息債券

投資人於第一年每季收取固定配息為 USD 1.4375 元，等同於期初購買 4 個零息債券，分別於 0.25 年、0.5 年、0.75 年、1 年後到期，到期償付金額皆為 USD 1.4375 元。另外，投資人於債券到期日所收取之本金為 USD 100 元，等同於期初購買一個 6 年期零息債券，到期償付金額為 USD 100 元。

### (二) 簽訂浮動對浮動利率交換合約

簽訂 1.25 個利率交換合約，約定第二年至第六年間，每季收入 30 年期 CMS 利率及支付 2 年期 CMS 利率。

### (三) 賣出百慕達式買權

由於發行機構可在一年期滿後執行提前買回權，相當於投資人於期初賣出一個百慕達式結構性債券買權，其中共有 19 個履約點，分別為 1.25 年、1.5 年、…、5.75 年，履約標的為六年期 CMS 利差連動式債券，履約價格為 USD 100 元。

## 四、基差浮動利率債券之風險分析

雖然基差浮動利率債券具有「保本」及「高收益」的特性，但仍有多種風險存在，其主要風險可歸納如下：

### (一) 發行機構信用風險

基差浮動利率債券的發行機構是否履約，與其信用程度高低有關，雖然基差浮動利率債券之發行機構，多半被 Standard and Poor’s 信用評等為 AA 級以上，但由於發行機構皆在海外，國內投資人較不易掌握發行機構信用狀況的變化。

### (二) 連動條件適用風險

基差浮動利率債券的計息方式，取決於長短期利率利差的變化，因此，投資人可領取的利息多寡是不確定的。

### (三) 匯率風險

由於基差浮動利率債券大多以外幣計價，因此投資人必須考量所可能面臨的匯率風險。

### (四) 流動性風險

基差浮動利率債券的發行期間大多在三至十年之間，資金流動性較差，雖然此類商品通常允許投資人提前贖回，但一般至少要 5 萬或 10 萬美元以上才能到市場上賣出，若市價不佳，可能產生本金損失。因此，對於短期內有資金需求的投資人而言，必須審慎評估流動性風險的大小。

# 參、研究方法

在評價結構複雜之金融商品時，倘若不易推導出封閉式解，數值分析法（numerical procedure）便成為最常使用的分析工具。數值分析法主要包括樹狀法（tree method）、有限差分法（finite difference method）與蒙地卡羅模擬法，在評價路徑相依選擇權時，樹狀法及有限差分法有其限制存在，而蒙地卡羅模擬法不僅能夠處理結構複雜的路徑相依選擇權，還能夠很容易求算利率連動式債券發行機構提前買回的機率。由於利率連動式債券商品條款的設計漸趨複雜，很難推導出其合理價值的公式，因此，本文使用蒙地卡羅模擬法來求算基差浮動利率債券的價格，並分析發行機構提前買回的機率。此外，還進行敏感度分析，以瞭解利率模型參數變動對基差浮動利率債券的價格及提前買回機率的影響情形。

## 一、利率模型設定

由於基差浮動利率債券的連結標的是利率，必須設定適當的利率模型，才能模擬出未來的利率走勢。基於模型完整性的考量，本文假設利率服從 Cox, Ingersoll, and Ross（1985）所提出的 CIR 利率模型，公式如下：

$$dr = a(b-r)dt + \sigma_r \sqrt{r}\, dZ_1 \tag{1}$$

其中，

$r$：當期利率水準

$a$：利率回歸至長期平均利率水準的速度

$b$：長期平均利率水準

$dt$：產生利率的微小時間變動

$\sigma_r$：利率的年波動率

$dZ_1$：利率的變動是遵循標準 Wiener Process，$dZ_1 = \varepsilon_1 \sqrt{dt}$。其中，$\varepsilon_1$為自標準常態分配中任意抽取的一個值，換言之，$E(\varepsilon_1)=0$，$Var(\varepsilon_1)=1$。

由上式可知，CIR 利率模型隱含了下列特性：(1)倘若目前利率水準與市場上的長期平均利率水準有所差距時，利率會朝著長期平均利率水準進行修正，此即所謂的「均

數復歸」(mean-reverting)。(2)當期利率的波動率會隨著利率本身的上升而提高，亦即當利率水準處於高檔時，利率的波動會增加；反之，當利率處於低檔時，利率的波動會下降。(3)當利率趨近於 0 時，利率變動的方向將完全受趨勢變動部份 $a(b-r)dt$ 所主導，而不會發生利率小於 0 的情況。

依據 CIR 利率模型，在不連續的情形下，第 $t+dt$ 期之利率產生公式為：

$$r_{t+dt} = r_t + dr = r_t + a(b - r_t)dt + \sigma_r \sqrt{r_t}\varepsilon_1\sqrt{dt} \tag{2}$$

因此，只要給定起始利率 $r_t$，然後自標準常態分配隨機抽取亂數 $\varepsilon_1$，就可依據(2)式模擬出未來可能的參考利率及無風險利率。

## 二、匯率模型設定

由於本文所評價的基差浮動利率債券是以美元計價，因此必須將匯率因素考慮進來，以便能正確換算為台幣計價下的報酬損益。過去相關文獻大多假定即期匯率的隨機過程服從幾何布朗運動(Geometric Brownian Motion)，如陳庭綱(2002)與曾士軒(2003)。又根據利率平價假說(interest rate parity hypothesis)，在決定一國匯率的隨機過程時，必須考慮國外利率及國內利率之間的相互影響。綜合以上說明，本文假設即期匯率的隨機過程服從幾何布朗運動，且在風險中立的情形下，匯率會以兩國無風險利率之差額來成長，因此，外幣報酬率可表示如下：

$$\frac{dE}{E} = (r_d - r_f)dt + \sigma_E dZ_2 \tag{3}$$

其中，

$E$：即期匯率，代表一單位外幣等於多少單位本國幣

$\sigma_E$：匯率之瞬間期望標準差

$r_d$：國內無風險利率

$r_f$：國外無風險利率

$dt$：產生匯率的間隔時間

$dZ_2$：標準 Wiener Process，$dZ_2 = \varepsilon_2\sqrt{dt}$

利用 Ito's Lemma 可將(3)式改寫為

$$d\ln E = \left[ (r_d - r_f) - \frac{\sigma_E^2}{2} \right] dt + \sigma_E \varepsilon_2 \sqrt{dt} \tag{4}$$

亦即 $\ln E$ 在一段時間內（如時間 $t$ 到 $t+dt$）之變動服從常態分配：

$$\ln E_{t+dt} - \ln E_t \sim N\left[ \left( r_d - r_f - \frac{\sigma_E^2}{2} \right) dt, \sigma_E \varepsilon_2 \sqrt{dt} \right]$$

其中， $N[m,s]$是平均數為 $m$，標準差為 $s$ 之常態分配。在風險中立之下，則

$$\ln E_{t+dt} \sim N\left[ \ln E_t + \left( r_d - r_f - \frac{\sigma_E^2}{2} \right) dt, \sigma_E \varepsilon_2 \sqrt{dt} \right]$$

故第 $t+dt$ 期之匯率產生公式為

$$E_{t+dt} = E_t e^{\left(r_d - r_f - 0.5\sigma_E^2\right)dt + \sigma_E \varepsilon_2 \sqrt{dt}} \tag{5}$$

利用(5)式進行模擬時，只要給定起始匯率 $E_t$，然後自標準常態分配隨機抽取亂數 $\varepsilon_2$，就可以模擬出未來的匯率。

## 三、模型參數及折現率之估計方法

在使用利率模型及匯率模型進行模擬時，首先必須將模型中的參數予以估計，此外，在計算債券合理價格時，亦需使用適當的折現率。以下分別說明相關參數以及折現率的估計方法：

### (一) 利率模型參數之估計法

在利率模型(2)式中， $a(b-r_t)dt$ 為漂移項， $\sigma_r \sqrt{r_t} \varepsilon_1 \sqrt{dt}$ 為變異項。袁鴻毅（2004）分析短期利率後發現，利率模型中的漂移項具有非線性以及不對稱的性質，而變異項則具有 GARCH 效應以及不對稱的性質，因此，倘若以過去實際的利率資料代入迴歸式來估計 $a$、$b$ 與 $\sigma_r$ 等參數，其過程相當繁複。故本文採用官盟鈞（2001）的方法，以過去一段時間利率的歷史資料，求出算術平均數與標準差，做為長期平均利率（$b$）及利率波動率（$\sigma_r$）的估計值；而利率回歸速度（$a$）則將利率數列資料代入迴歸式求得。不過由於 CIR 利率模型具有變異數不齊一的特性，故本文改用 Vasicek 利率模

型[1]的自我相關序列函數 $AR(1)$ 予以估計。

(二) 匯率報酬波動性之估計法

本文採歷史波動性估計法，以契約發行前一段期間的匯率報酬標準差，來估計匯率模型(5)式中的匯率報酬波動性 $\sigma_E$ 。首先計算出每日的匯率報酬率，然後再求出匯率報酬標準差，其計算公式如下：

$$\sigma_E = \sqrt{\frac{1}{n-1}\sum_{t=1}^{n}\left(R_t - \overline{R}\right)^2} \tag{6}$$

其中，

$R_t$ =第 $t$ 日之匯率報酬率

$\overline{R}$ =匯率平均報酬

$n$ =樣本天數

$\sigma_E$ =匯率的日報酬標準差，年報酬標準差=日報酬標準差× $\sqrt{250}$

(三) 折現率之估計法

本文所探討的基差浮動利率債券為一付息債券，具有多個付息日，我們可以將每一個付息日視為一個零息債券，因此，一個付息債券是由多個零息債券所組成，故應使用不同的殖利率將每個付息日所支付的利息予以折現。我們根據 CIR 利率模型，以及無風險套利原則，推導出在 $t$ 時，面額 1 元，到期日為 $T$ 的零息債券的價格 $P(t,T)$ 如下：

$$P(t,T) = A(t,T)e^{-B(t,T)r_t} \tag{7}$$

其中，

$$B(t,T) = \frac{2\left(e^{\gamma(T-t)}-1\right)}{(\gamma+a)\left(e^{\gamma(T-t)}-1\right)+2\gamma}$$

$$A(t,T) = \left(\frac{2\gamma e^{(a+\gamma)(T-t)/2}}{(\gamma+a)\left(e^{\gamma(T-t)}-1\right)+2\gamma}\right)^{2ab/\sigma^2}$$

$$\gamma = \sqrt{a^2 + 2\sigma^2}$$

在求出不同期限零息債券的價格後，就可以反推出不同期限的殖利率，計算公式如下：

$$Y_{(T-t)} = \frac{-\ln P(t,T)}{T-t} \tag{8}$$

其中，$Y_{(T-t)}$ 為 $T$ 期零息債券在 $t$ 時的殖利率。本文即利用此殖利率，做為求算基差浮動利率債券目前價值的折現率。

## 四、蒙地卡羅模擬法

Boyle（1977）最先運用蒙地卡羅模擬法來評價選擇權，在找出合適的標的資產報酬產生公式後，開始模擬標的資產之未來價格。每一次的模擬試驗（trial），可以得到一個買權期末價格，經多次試驗後，求得期末買權的期望價值。然後，在風險中立的假設下，將期末買權期望價值以無風險利率折現，即可求得買權的目前價值。

本文在假設 30 年期與 2 年期 CMS 之未來走勢符合 CIR 利率模型下，利用蒙地卡羅模擬法模擬出 30 年期與 2 年期 CMS 之未來走勢，接著將其代入基差浮動利率債券的付息公式中，求出每個付息日的利息，再利用適當的折現率將每期利息及到期本金折算成現值後加總，如此便完成第一次的模擬，得到一個債券現值。重複上述的步驟 5,000 次後，即可得到 5,000 個債券現值，再將這 5,000 個現值予以平均，即可求得基差浮動利率債券的理論價值。

在計算發行機構提前買回機率方面，本文假定當發行機構評估出未來現金流量的折現值總和大於將債券收回來的價格（即面值 100 元）時，則發行機構會提前買回債券，使得債券提前到期。因此，在計算債券現值的同時，也一併求算發行機構在每個付息日提前買回的機率。

本文採用反向變異法（antithetic method）來加速模擬的收斂，倘若隨機抽取出一個隨機亂數 $X_i$，接下來便以隨機亂數 $-X_i$ 來進行模擬。如此一來，可以使得模擬所產生的上下波動幅度互相抵銷，減少變異程度，可以在不用增加太多模擬次數的情形下，也能減少變異，增加模型的可信度。

此外，要注意的是，當使用蒙地卡羅模擬法同時模擬多個變數時，除非變數之間無相關性（相關係數為 0），才可以個別獨立抽取隨機亂數；或者是變數之間完全相關

**時（相關係數為** 1)，**才可以共用一個隨機亂數。倘若變數之間存在相關性，就不能個別獨立抽出隨機亂數，或共用一個隨機亂數。因此，在模擬多個變數時，必須將其隨機過程相互之間的相關性，透過正交化過程釋放出來，使之成為獨立的隨機過程，此過程稱為** Cholesky decomposition。Cholesky decomposition **是假設變數** $i$ **及變數** $j$ **之間的相關係數為** $\rho_{ij}$，**而各個隨機變數** $X_i$ $(1 \le i \le n)$**是由獨立的常態分配中抽出，故可將** $e_i$ $(1 \le i \le n)$**表示如下：**

$$\varepsilon_i = \sum_{k=1}^{i} a_{ik} ?_k \tag{9}$$

$$\sum_{k=1}^{i} a_{ik}^2 = 1, \quad \sum_{k=1}^{j} a_{ik} a_{jk} = \rho_{ij}, \text{ for all } j < i \tag{10}$$

**由於本文主要是以**(2)**式模擬未來的** 30 **年期與** 2 **年期** CMS **利率、國外無風險利率與國內無風險利率，以及**(5)**式模擬未來的匯率，因此，在進行商品評價時，需使用到** 30 **年期** CMS、2 **年期** CMS、**國外無風險利率、國內無風險利率及美金對台幣匯率等共五種變數。由前述可知，必須將變數之間的相關性釋放出來，其過程如下：**

**假設** $X_1$、$X_2$、$X_3$、$X_4$、$X_5$ **為五個獨立的隨機變數，且** $X_i$ N(0,1)。**由**(9)**式可知，**

$\varepsilon_1 = a_{11}X_1$

$\varepsilon_2 = a_{21}X_1 + a_{22}X_2$

$\varepsilon_3 = a_{31}X_1 + a_{32}X_2 + a_{33}X_3$

$\varepsilon_4 = a_{41}X_1 + a_{42}X_2 + a_{43}X_3 + a_{44}X_4$

$\varepsilon_5 = a_{51}X_1 + a_{52}X_2 + a_{53}X_3 + a_{54}X_4 + a_{55}X_5$

**利用**(10)**式計算後可得出下列結果：**

$a_{11} = 1$，$a_{21} = \rho_{12}$，$a_{22} = \sqrt{1-\rho_{12}^2}$，$a_{31} = \rho_{13}$，$a_{32} = (\rho_{23} - a_{31}a_{21})/a_{22}$，

$a_{33} = \sqrt{1 - a_{31}^2 - a_{32}^2}$，$a_{41} = \rho_{14}$，$a_{42} = (\rho_{24} - a_{41}a_{21})/a_{22}$，

$a_{43} = (\rho_{34} - a_{41}a_{31} - a_{42}a_{32})/a_{33}$，$a_{44} = \sqrt{1 - a_{41}^2 - a_{42}^2 - a_{43}^2}$，

$a_{51}=\rho_{15}$， $a_{52}=(\rho_{25}-a_{51}a_{21})/a_{22}$， $a_{53}=(r_{35}-a_{51}a_{31}-a_{52}a_{32})/a_{33}$，

$a_{54}=(\rho_{45}-a_{51}a_{41}-a_{52}a_{42}-a_{53}a_{43})/a_{44}$， $a_{55}=\sqrt{1-a_{51}^2-a_{52}^2-a_{53}^2-a_{54}^2}$。

令 $\rho_{12}$ 為 30 年期 CMS 與 2 年期 CMS 的相關係數， $\rho_{13}$ 為 30 年期 CMS 與國外無風險利率的相關係數、 $\rho_{14}$ 為 30 年期 CMS 與國內無風險利率的相關係數、 $\rho_{15}$ 為 30 年期 CMS 與匯率的相關係數、$\rho_{23}$ 為 2 年期 CMS 與國外無風險利率的相關係數、$\rho_{24}$ 為 2 年期 CMS 與國內無風險利率的相關係數 $\rho_{25}$ 為 2 年期 CMS 與匯率的相關係數、$\rho_{34}$ 為國外無風險利率與國內無風險利率的相關係數、$\rho_{35}$ 為國外無風險利率與匯率的相關係數、 $\rho_{45}$ 為國內無風險利率與匯率的相關係數。本文即利用契約發行日前六年的歷史資料，來估計五個變數之間的相關係數。

根據以上正交化的結果，我們可以將 30 年期 CMS（$r_{t,30YCMS}$）、2 年期 CMS（$r_{t,2YCMS}$）、國外無風險利率（$r_{f,t}$）、國內無風險利率（$r_{d,t}$）及匯率（$E_t$）之產生公式整理如下：

$$r_{t,30YCMS}=r_{t-1,30YCMS}+a_{30YCMS}(b_{30YCMS}-r_{t-1,30YCMS})dt$$
$$+s_{30YCMS}\sqrt{r_{t-1,30YCMS}}\,dZ_{30YCMS} \tag{11}$$

$$r_{t,2YCMS}=r_{t-1,2YCMS}+a_{2YCMS}(b_{2YCMS}-r_{t-1,2YCMS})dt$$
$$+s_{2YCMS}\sqrt{r_{t-1,2YCMS}}\,dZ_{2YCMS} \tag{12}$$

$$r_{f,t}=r_{f,t-1}+a_f\left(b_f-r_{f,t-1}\right)dt+\sigma_f\sqrt{r_{f,t-1}}dZ_{rf} \tag{13}$$

$$r_{d,t}=r_{d,t-1}+a_d\left(b_d-r_{d,t-1}\right)dt+\sigma_d\sqrt{r_{d,t-1}}dZ_{rd} \tag{14}$$

$$E_t=E_{t-1}e^{\left(r_{d,t}-r_{f,t}-0.5\sigma_E^2\right)dt+\sigma_E dZ_E} \tag{15}$$

其中，

$$dZ_{30YCMS}=\varepsilon_1\sqrt{dt}=a_{11}X_1\sqrt{dt}$$
$$dZ_{2YCMS}=\varepsilon_2\sqrt{dt}=a_{21}X_1\sqrt{dt}+a_{22}X_2\sqrt{dt}$$

$$dZ_{rf} = \varepsilon_3\sqrt{dt} = a_{31}X_1\sqrt{dt} + a_{32}X_2\sqrt{dt} + a_{33}X_3\sqrt{dt}$$

$$dZ_{rd} = \varepsilon_4\sqrt{dt} = a_{41}X_1\sqrt{dt} + a_{42}X_2\sqrt{dt} + a_{43}X_3\sqrt{dt} + a_{44}X_4\sqrt{dt}$$

$$dZ_E = \varepsilon_5\sqrt{dt} = a_{51}X_1\sqrt{dt} + a_{52}X_2\sqrt{dt} + a_{53}X_3 + a_{54}X_4\sqrt{dt} + a_{55}X_5\sqrt{dt}$$

## 五、研究步驟

1. 步驟一：以商品發行日前三年之 30 年期與 2 年期 CMS 利率週資料，利用前述的利率模型參數估計法，分別估計出 30 年期與 2 年期 CMS 的 CIR 利率模型參數，包括利率回歸速度（$a_{30YCMS}$，$a_{2YCMS}$）、長期平均利率水準（$b_{30YCMS}$，$b_{2YCMS}$）以及利率年波動率（$\sigma_{30YCMS}$，$\sigma_{2YCMS}$）。
2. 步驟二：以商品發行日前一日的 30 年期與 2 年期 CMS 為起始利率，並將步驟一所求出之 CMS 利率模型參數分別代入(11)式與(12)式，即可模擬出未來可能的 30 年期與 2 年期 CMS，進而求出未來每個付息日的付息金額。
3. 步驟三：以發行日前六年的美國 13 週國庫券利率週資料，利用前述的利率模型參數估計法，估計出美國 13 週國庫券的 CIR 利率模型參數，包括利率回歸速度（$a_f$）、長期平均利率水準（$b_f$）以及利率的年波動率（$\sigma_f$）。
4. 步驟四：將步驟三所估計出之美國 13 週國庫券的利率模型參數代入(7)式，即可求出以每個付息日為到期日的零息債券價格。再將每個零息債券價格分別代入(8)式，求出每個付息日的殖利率，並以此殖利率作為每個付息日的外幣折現率。
5. 步驟五：將步驟二求出的付息金額及到期本金，依步驟四之每期折現率折算成現值，並從可以開始贖回的那一期起，判斷未來現金流量的現值總和是否大於面值 100 元，若是，則發行機構會將債券買回，亦即債券會提前到期，並以電腦程式將提前到期的期數記錄下來；若否，則繼續判斷下一期是否會提前買回，直至到期為止。最後將每一期的現值加總，如此便完成第一次的模擬，得到一個債券理論價值。
6. 步驟六：將步驟一至步驟五重複進行 5,000 次，即可得到 5,000 個債券現值，求其平均後，可得到債券的外幣理論價值。又依據每一次模擬記錄下來之提前到期的期數，可求出在每一個付息日提前到期的機率。
7. 步驟七：以發行日前六年的國內 90 天期商業本票利率月資料，利用前述的利率模型參數估計法，估計出國內 90 天期商業本票的 CIR 利率模型參數，包括利率回歸速度（$a_d$）、長期平均利率水準（$b_d$）以及利率年波動率（$\sigma_d$）。

8. 步驟八：將步驟七所估計出的國內 90 天期商業本票利率模型參數代入(7)式，求出以每個付息日為到期日的零息債券價格，再將零息債券價格代入(8)式，即可求出每一個付息日之殖利率，並以此殖利率作為每個付息日的台幣折現率。

9. 步驟九：以商品發行前一日的美國 13 週國庫券利率為起始的無風險利率，並將步驟三求出之利率模型參數代入(13)式，即可得到未來的國外無風險利率。同樣地，以商品發行前一日的國內 90 天商業本票利率為起始的無風險利率，並將步驟七求出之利率模型參數代入(14)式，即可得到未來的國內無風險利率。

10. 步驟十：以發行日前六年的美元對台幣匯率的日資料，利用前述的匯率模型參數估計法，估計出匯率報酬標準差（$\sigma_E$）。然後以商品發行前一日的匯率做為起始匯率，並將匯率報酬標準差、步驟九所求出之國外無風險利率及國內無風險利率一同代入(15)式，以模擬出未來的匯率。

11 步驟十一：將步驟二所求出的每個付息日的付息金額及到期本金，分別乘以步驟十所求得之匯率，即可將每個付息日的付息金額及到期本金換算成台幣收益，並在考慮發行機構可提前買回之情形下，利用步驟八求出的台幣折現率，將利息與本金折算為現值後加總，如此便完成第一次的模擬。重覆進行 5,000 次，即可得到 5,000 個商品現值，求其平均後，即可得到該商品的台幣理論價值。

## 肆、結果與分析

本文使用蒙地卡羅模擬法求算基差浮動利率債券的外幣及台幣理論價格，以及發行機構提前買回的機率，並進行敏感度分析，以瞭解利率模型參數的變動，是否會對基差浮動利率債券的理論價格及提前買回機率有所影響。

### 一、基差浮動利率債券價格模擬結果分析

依據前一節所述之模擬步驟，經過 5,000 次的模擬後，可得到基差浮動利率債券之外幣及台幣理論價格，如表 2 所示。由表 2 得知，基差浮動利率債券的合理外幣價格為 103.51 美元，和期初發行價格 100 美元相較之下，此商品採折價發行，折價幅度為 3.39%，對投資人相對有利。但若以台幣計價，該商品的合理台幣價格為 3,212 元，和期初發行價格 3,459 元相比較，採溢價發行，溢價幅度為 7.69%，對投資人相對不利。

表 2　基差浮動利率債券之外幣與台幣理論價格

| 外幣理論價格（USD） | 次數 | 機率 | 台幣理論價格（(NTD) | 次數 | 機率 |
|---|---|---|---|---|---|
| 91 以下 | 13 | 0.26% | 3113 以下 | 1288 | 25.76% |
| 91-95 | 54 | 1.08% | 3113-3285 | 870 | 17.40% |
| 95-100 | 326 | 6.52% | 3285-3459 | 1333 | 26.66% |
| 100-105 | 4607 | 92.14% | 3459-3632 | 1065 | 21.30% |
| 105 以上 | 0 | 0% | 3632 以上 | 444 | 8.88% |
| 平均值（合理價格） | 103.51 | | 平均值（合理價格） | 3,212 | |
| 標準差 | 2.24 | | 標準差 | 416 | |
| 期初發行價格 | 100 | | 期初發行價格 | 3,459 | |
| 折溢價幅度 | -3.39% | | 折溢價幅度 | 7.69% | |

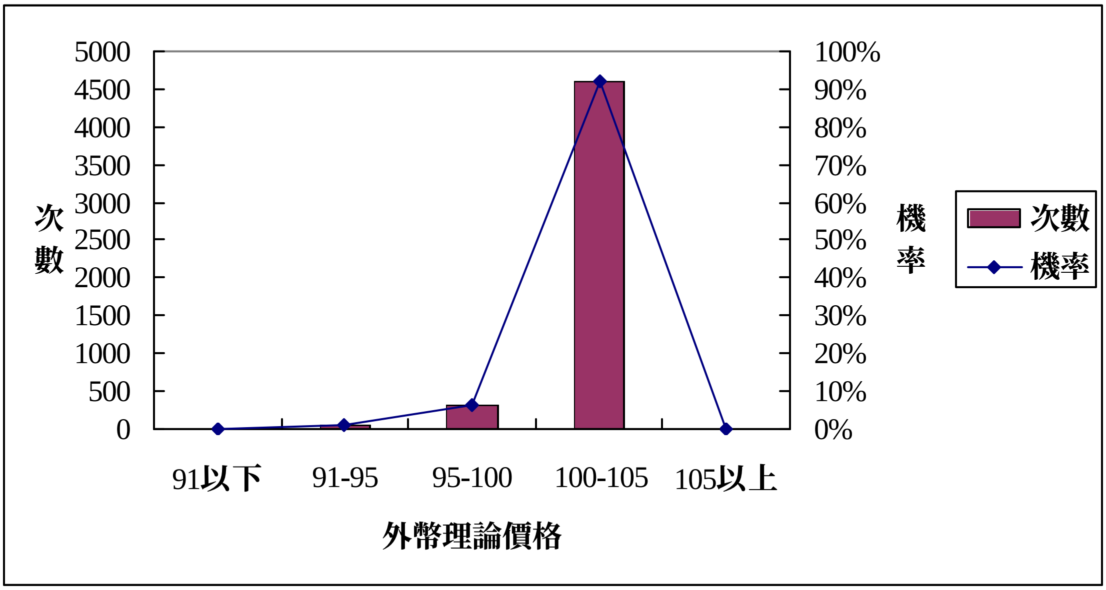


圖 1　基差浮動利率債券外幣理論價格分佈情形

另外，從 5,000 次模擬結果得知，外幣理論價格高於外幣發行價格之機率為 92.14%，台幣理論價格高於台幣發行價格之機率為 30.18%。換言之，在不考慮匯率因素下，投資人購買此商品獲利的機率高達 92.14%，但若考慮匯率因素，投資人獲利的機率則下降至 30.18%，如圖 1 與圖 2 所示。

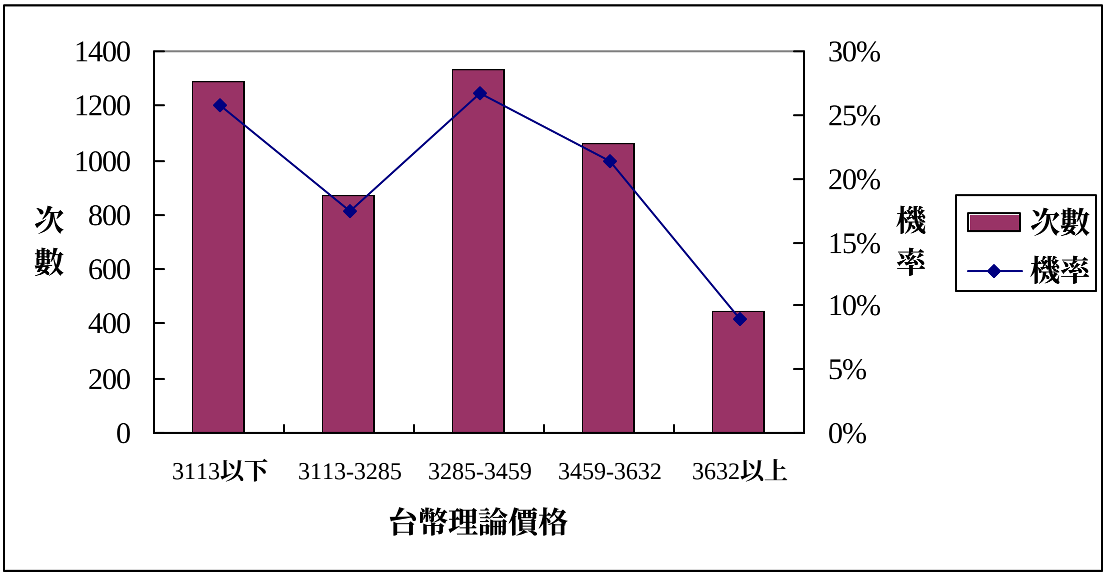


圖 2　基差浮動利率債券台幣理論價格分佈情形

## 二、基差浮動利率債券提前買回機率分析

由於基差浮動利率債券之產品期間較長，投資人若提前贖回並不保證保本，基於資金流動性的考量，大多數的投資人希望發行機構能提前買回，以便及早獲利了結，取回資金。因此，發行機構是否會提前買回，以及何時可能提前買回，也就成為投資人投資與否的重要考量因素。

表 3 列出發行機構在每一期提前買回的機率，由表 3 可知，發行機構在到期日之前可能提前買回的機率達 100%，並且在可以開始提前買回的第一期（即第 5 期）就執行提前買回的機率為最高，達 77.8%，因此，此商品的流動性風險適中。

## 三、敏感度分析

由於基差浮動利率債券每次付息金額的多寡 乃取決於美國 30 年期與 2 年期 CMS 的利差大小，因此，未來美國 30 年期與 2 年期 CMS 利率走勢，對於債券價格以及發行機構提前買回機率皆具有決定性的影響。為瞭解本研究所使用的利率模型中，參數值的變化對基差浮動利率債券的價格以及提前買回機率的影響，本文進一步針對 CIR 利率模型中三個重要參數，包括利率回歸速度（$a_{30YCMS}$，$a_{2YCMS}$）、長期平均利率水準（$b_{30YCMS}$，$b_{2YCMS}$）以及利率年波動率（$s_{30YCMS}$，$s_{2YCMS}$）進行敏感度分析，結果分別說明如下：

表 3 基差浮動利率債券發行機構提前買回機率分佈情形

| 買回日 | 次數 | 機率 | 買回日 | 次數 | 機率 | 買回日 | 次數 | 機率 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 第 1 期 | 0 | 0.00% | 第 9 期 | 25 | 0.50% | 第 17 期 | 41 | 0.82% |
| 第 2 期 | 0 | 0.00% | 第 10 期 | 23 | 0.46% | 第 18 期 | 35 | 0.70% |
| 第 3 期 | 0 | 0.00% | 第 11 期 | 28 | 0.56% | 第 19 期 | 44 | 0.88% |
| 第 4 期 | 0 | 0.00% | 第 12 期 | 31 | 0.62% | 第 20 期 | 36 | 0.72% |
| 第 5 期 | 3890 | 77.80% | 第 13 期 | 23 | 0.46% | 第 21 期 | 49 | 0.98% |
| 第 6 期 | 17 | 0.34% | 第 14 期 | 37 | 0.74% | 第 22 期 | 57 | 1.14% |
| 第 7 期 | 21 | 0.42% | 第 15 期 | 31 | 0.62% | 第 23 期 | 556 | 11.12% |
| 第 8 期 | 24 | 0.48% | 第 16 期 | 32 | 0.64% | 第 24 期 | 0 | 0.00% |

表 4 利率回歸速度變動對基差浮動利率債券價格之影響

| | | 30 年期 CMS 的利率回歸速度 | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|
| | | 0.55 | 0.65 | 0.75 | 0.85 | 0.95 |
| 外幣理論價格 | 絕對價值 | 103.49 | 103.5 | 103.51 | 103.49 | 103.48 |
| | 變動比例 | -0.01% | -0.01% | — | -0.02% | -0.01% |
| 台幣理論價格 | 絕對價值 | 3205 | 3210 | 3212 | 3211 | 3210 |
| | 變動比例 | -0.16% | -0.06% | — | -0.03% | -0.03% |
| | | 2 年期 CMS 的利率回歸速度 | | | | |
| | | 0.57 | 0.67 | 0.77 | 0.87 | 0.97 |
| 外幣理論價格 | 絕對價值 | 103.41 | 103.45 | 103.51 | 103.57 | 103.63 |
| | 變動比例 | -0.04% | -0.06% | — | 0.06% | 0.06% |
| 台幣理論價格 | 絕對價值 | 3218 | 3212 | 3212 | 3214 | 3219 |
| | 變動比例 | 0.19% | 0.00% | — | 0.06% | 0.16% |

### (一) 利率回歸速度

原本模型中 30 年期與 2 年期 CMS 的利率回歸速度分別為 0.75 與 0.77，以其為基準，然後以 0.1 為間隔，上下各取兩個不同速度，來分析利率回歸速度的變動對基差浮動利率債券價格與提前買回機率的影響，結果分別見表 4 與表 5。

表 5　利率回歸速度變動對基差浮動利率債券提前買回機率之影響

| | | 30 年期 CMS 的利率回歸速度 | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|
| | | 0.55 | 0.65 | 0.75 | 0.85 | 0.95 |
| 提前買回機率 | | 100% | 100% | 100% | 100% | 100% |
| 最可能買回期數 | 期數 | 第 5 期 | 第 5 期 | 第 5 期 | 第 5 期 | 第 5 期 |
| | 機率 | 76.42% | 77.42% | 77.80% | 77.64% | 77.58% |
| | | 2 年期 CMS 的利率回歸速度 | | | | |
| | | 0.57 | 0.67 | 0.77 | 0.87 | 0.97 |
| 提前買回機率 | | 100% | 100% | 100% | 100% | 100% |
| 最可能買回期數 | 期數 | 第 5 期 | 第 5 期 | 第 5 期 | 第 5 期 | 第 5 期 |
| | 機率 | 79.12% | 78.08% | 77.80% | 77.66% | 77.86% |

由表 4 可知，利率回歸速度改變對基差浮動利率債券理論價格的影響不大，且無一致性的影響方向。由表 5 可知，無論利率回歸速度如何改變，發行機構提前買回機率皆為 100%，並且在可以開始提前買回的第一期（即第 5 期）就執行提前買回的機率為最高，皆在 75%以上。因此，利率回歸速度改變對基差浮動利率債券提前買回機率以及在何時提前買回之影響程度不大。

## (二)長期平均利率水準

原本模型中 30 年期與 2 年期 CMS 的長期平均利率水準分別為 6.03%與 3.95%，以其為基準，並以 1%為間隔，上下各取兩個不同利率水準來與之相比，觀察其變化對基差浮動利率債券之理論價格及提前買回機率之影響，模擬結果分別見表 6 與表 7。

由表 6 可知，長期平均利率水準改變對基差浮動利率債券理論價格的影響較大，而且 30 年期 CMS 長期平均利率水準與理論價格呈正向關係，這是因為 30 年期 CMS 長期平均利率愈高，其利差會愈大，使得基差浮動利率債券的理論價格愈高；而 2 年期 CMS 長期平均利率水準與理論價格呈反向關係，這是因為 2 年期 CMS 長期平均利率愈高，其利差會愈小，使得基差浮動利率債券的理論價格愈低。

由表 7 可知，無論長期平均利率水準如何改變，發行機構均會提前買回。不過，當 30 年期 CMS 的長期平均利率水準低於 6.03%時，發行機構則是在第 23 期提前買回的機率為最高；當 2 年期 CMS 的長期平均利率水準高於 3.95%時，發行機構以在第

表 6　長期平均利率水準變動對基差浮動利率債券價格之影響

| | | 30 年期 CMS 的長期平均利率水準 | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|
| | | 4.03% | 5.03% | 6.03% | 7.03% | 8.03% |
| 外幣理論價格 | 絕對價值 | 95.87 | 100.72 | 103.51 | 104.41 | 104.73 |
| | 變動比例 | -4.82% | -2.70% | — | 0.87% | 0.31% |
| 台幣理論價格 | 絕對價值 | 2895 | 2946 | 3212 | 3347 | 3378 |
| | 變動比例 | -1.73% | -8.28% | — | 4.20% | 0.93% |
| | | 2 年期 CMS 的長期平均利率水準 | | | | |
| | | 1.95% | 2.95% | 3.95% | 4.95% | 5.95% |
| 外幣理論價格 | 絕對價值 | 104.75 | 104.48 | 103.51 | 100.57 | 95.91 |
| | 變動比例 | 0.26% | 0.94% | — | -2.84% | -4.63% |
| 台幣理論價格 | 絕對價值 | 3384 | 3361 | 3212 | 2959 | 2875 |
| | 變動比例 | 0.68% | 4.64% | — | -7.88% | -2.84% |

表 7　長期平均利率水準變動對基差浮動利率債券提前買回機率之影響

| | | 30 年期 CMS 的長期平均利率水準 | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|
| | | 4.03% | 5.03% | 6.03% | 7.03% | 8.03% |
| 提前買回機率 | | 100% | 100% | 100% | 100% | 100% |
| 最可能買回期數 | 期數 | 第 23 期 | 第 23 期 | 第 5 期 | 第 5 期 | 第 5 期 |
| | 機率 | 96.28% | 47.68% | 77.80% | 95.72% | 99.22% |
| | | 2 年期 CMS 的長期平均利率水準 | | | | |
| | | 1.95% | 2.95% | 3.95% | 4.95% | 5.95% |
| 提前買回機率 | | 100% | 100% | 100% | 100% | 100% |
| 最可能買回期數 | 期數 | 第 5 期 | 第 5 期 | 第 5 期 | 第 23 期 | 第 23 期 |
| | 機率 | 99.82% | 97.34% | 77.80% | 44.84% | 84.28% |

23 期提前買回的機率為最高。可見長期平均利率水準改變，對於在何時提前買回的機率之影響程度頗大。

### (三) 利率年波動率

表 8　利率年波動率變動對基差浮動利率債券價格之影響

| | | 30 年期 CMS 的利率年波動率 | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|
| | | 2% | 3% | 4% | 5% | 6% |
| 外幣理論價格 | 絕對價值 | 103.1 | 103.3 | 103.51 | 103.7 | 103.87 |
| | 變動比例 | -0.19% | -0.20% | — | 0.18% | 0.16% |
| 台幣理論價格 | 絕對價值 | 3186 | 3195 | 3212 | 3231 | 3249 |
| | 變動比例 | -0.28% | -0.53% | — | 0.59% | 0.56% |
| | | 2 年期 CMS 的利率年波動率 | | | | |
| | | 10% | 11% | 12% | 13% | 14% |
| 外幣理論價格 | 絕對價值 | 103.86 | 103.69 | 103.51 | 103.33 | 103.15 |
| | 變動比例 | 0.16% | 0.17% | — | -0.17% | -0.17% |
| 台幣理論價格 | 絕對價值 | 3243 | 3226 | 3212 | 3203 | 3194 |
| | 變動比例 | 0.53% | 0.44% | — | -0.28% | -0.28% |

表 9　利率年波動率變動對基差浮動利率債券提前買回機率之影響

| | | 30 年期 CMS 的利率年波動率 | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|
| | | 2% | 3% | 4% | 5% | 6% |
| 提前買回機率 | | 100% | 100% | 100% | 100% | 100% |
| 最可能買回期數 | 期數 | 第 5 期 | 第 5 期 | 第 5 期 | 第 5 期 | 第 5 期 |
| | 機率 | 73.32% | 75.20% | 77.80% | 80.74% | 83.54% |
| | | 2 年期 CMS 的利率年波動率 | | | | |
| | | 10% | 11% | 12% | 13% | 14% |
| 提前買回機率 | | 100% | 100% | 100% | 100% | 100% |
| 最可能買回期數 | 期數 | 第 5 期 | 第 5 期 | 第 5 期 | 第 5 期 | 第 5 期 |
| | 機率 | 82.56% | 79.84% | 77.80% | 76.12% | 74.90% |

原本模型中 30 年期與 2 年期 CMS 的利率年波動率分別為 4%與 12%，以其為基準，並以 1%為間隔，上下各取兩個不同波動率水準來進行比較，觀察利率年波動率變化對基差浮動利率債券理論價格及提前買回機率之影響，結果分別見表 8 與表 9。

由表 8 可知，利率年波動率改變對基差浮動利率債券理論價格的影響不大，而且 30 年期 CMS 利率年波動率與理論價格呈正向關係，這是因為 30 年期 CMS 利率年波

動率愈高，30 年期 CMS 利率會愈高，其利差亦會愈大，使得基差浮動利率債券的理論價格愈高；而 2 年期 CMS 利率年波動率與理論價格呈反向關係，這是因為 2 年期 CMS 利率年波動率愈高，2 年期 CMS 利率會愈高，其利差則會愈小，使得基差浮動利率債券的理論價格愈低。

由表 9 可知，無論利率年波動率如何改變，發行機構均會提前買回，且最可能提前買回的期數，皆是在可以開始提前買回的第一期（即第 5 期），機率值均達 70%以上。因此，利率年波動率改變對基差浮動利率債券提前買回機率以及在何時提前買回之影響程度不大。

## 伍、結論

基差浮動利率債券由於具有保本特性，且配息可能高於定存，成為投資人注目的焦點。但其背後也隱藏了不少風險，主要包括標的利率的變動風險、匯率風險及流動性風險。過去關於基差浮動利率債券的評價方式及提前買回機率分析之相關研究十分少見，本文利用蒙地卡羅模擬法，在考慮標的利率變動風險、匯率風險及流動性風險的情況下，求算基差浮動利率債券的合理外幣及台幣價格，並計算發行機構提前買回的機率，以提供投資人參考。本文主要的研究結論如下：

1. 基差浮動利率債券的理論外幣價格高於發行價格，為折價發行，對投資人而言相對有利。然而其理論台幣價格小於發行價格，溢價幅度亦較大，對投資人而言相對不利。
2. 若不考慮匯率因素，投資基差浮動利率債券的獲利機率在九成以上，但若考慮匯率因素，投資人獲利機率則大幅下降到三成左右，由此顯示匯率風險實為影響投資報酬的重要關鍵因素。
3. 5,000 次模擬後之結果顯示，發行機構提前買回基差浮動利率債券的機率達 100%，而且在可以開始提前買回的第一期即執行提前買回的機率為最高，因此，基差浮動利率債券的流動性風險並不高。
4. 敏感度分析結果顯示，利率回歸速度與利率年波動率二種參數對基差浮動利率債券價格的影響程度皆不大，只有長期平均利率水準改變對債券價格之影響程度較大。因此投資人在預測未來利率走勢時，應更加重視長期平均利率水準。

5. 敏感度分析結果顯示，利率回歸速度與利率年波動率二種參數對發行機構提前買回機率的影響不大，只有長期平均利率水準對提前買回機率的影響程度較大。

綜合而言，本文所使用之利率模型、匯率模型以及蒙地卡羅模擬法，能相當精準地模擬出基差浮動利率債券的價格，並分析發行人提前買回之機率。不僅有助於學術界瞭解基差浮動利率債券的價格行為，也提供實務界人士在評價基差浮動利率債券時之參考。

## 註釋

1. Vasicek（1977）提出的利率模型亦掌握均數復歸特性，因此廣為實務界人士所使用，其公式如下：$dr = a(b-r)dt + \sigma_r dZ$ 。

## 參考文獻

### 一、中文部分


1. 官盟鈞(2001)，附認股權公司債之評價分析，銘傳大學金融研究所未出版碩士論文。
2. 袁鴻毅(2004)，短期利率之實證研究及外溢效果－以東亞之日韓新港台五國暨美國資料為研究對象，中正大學財務金融研究所未出版碩士論文。
3. 陳俐芊(2003)，利率交換選擇權及固定期限交換利率利差連動債券之設計及分析，政治大學金融研究所未出版碩士論文。
4. 陳庭綱(2002)，海外可轉換公司債之評價與分析，銘傳大學金融研究所未出版碩士論文。
5. 曾士軒(2003)，多標的資產連動債券評價與分析，國立中山大學財務管理研究所未出版碩士論文。


### 二、英文部分

1. Boyle, P. (1977). Options: A Monte Carlo approach. Journal of Financial Economics, 4(3), pp.323-338.

2. Cox, J. C., Ingersoll, J. E., & Ross, S. A. (1985). A theory of the term structure of interest rates. Econometrica, 53(2), 385-407.

3. Hull, J., & White, A. (1994). Numerical procedures for implementing term structure model I: Single -Factor models. Journal of Derivatives, 2(1), 7-16.

4. Vasicek, O. (1977). An equilibrium characterization of the term structure. Journal of Financial Economics, 5(2), 177-188.

**2005 年 10 月 18 日收稿**

**2006 年 02 月 06 日初審**

**2006 年 05 月 08 日複審**

**2006 年 07 月 03 日接受**