

# 單邊累計合格數管制圖監控高良率製程之 方法

## THE METHOD OF ONE-SIDED CUMULATIVE COUNTS OF CONFORMING CONTROL CHART FOR HIGH YIELD PROCESSES

邱靜娥\*

國立雲林科技大學工業工程與管理研究所副教授

蔡志欣

國立雲林科技大學工業工程與管理研究所博士生

**Jing-Er Chiu**

*Associate Professor, Department of Industrial Engineering and Management,  
National Yunlin University of Science and Technology*

**Chih-Hsin Tsai**

*Ph. D. Student, Department of Industrial Engineering and Management,  
National Yunlin University of Science and Technology*

### 摘要

在高良率製程工業的迅速發展之下，對於產品不良率的嚴格要求，高良率製程的不良率非常低，品質特性已不符合近似常態分配假設。因此無法使用傳統的  $p$  管制圖與  $np$  管制圖來監控制程不良率，若仍然使用傳統的管制圖監控制程，將會造成錯誤警訊的增加。累計計數和 (Cumulative Count of Conforming, CCC) 管制圖與 CCC-r 管制圖已被提出能夠有效的監控高良率製程的不良率。另外，當品質特性呈現不對稱分配、品質成本不對稱、或是單方向的製程偏移較為重視的時候，單邊管制圖的設計會比雙邊管制圖較為合適。因此，本研究將建構單邊 CCC 管制圖和單邊 CCC-r 管制圖，推導管制界限，並探討平均連串長度及其變異性，予以探討管制的

---

\*通訊作者，地址：64002 雲林縣斗六市大學路 3 段 123 號，電話：(05)5342601 轉 5195  
E-mail：chiuje@yuntech.edu.tw

績效。研究結果發現，單邊 CCC 管制圖與單邊 CCC-r 管制圖在偵測製程不良率偏移時，有良好的表現。

**關鍵字：**高良率製程、單邊 CCC 管制圖、平均連串長度

## ABSTRACT

In statistical process control, p-chart is usually for monitoring the fraction nonconforming. The control limits of p-chart are obtained based on Normality assumption. Normality assumption will be violated for very low fraction nonconforming in high yield processes. The cumulative counts of conforming chart (CCC chart) and CCC-r chart have been shown to be useful for monitoring high yield processes. When the quality characteristic is asymmetric and the one direction shifting is of interested, a one-sided control chart would be more appropriate than a two-sided chart. Thus, we construct one-sided CCC chart and one-sided CCC-r chart in this study. The average run length and its variability are also investigated. The results show that the proposed control charts have good performance for detecting shifts in fraction nonconforming.

**Keywords:** High Yield Process, One-Sided CCC Chart, Average Run Length

## 壹、前言

在市場競爭激烈的環境中，企業為了達到利潤最大化，降低產品不良率成為各企業努力追求的目標。近年來，由於製程技術的日漸成熟，各企業為了降低製程變異、追求零缺點的製程水準，紛紛導入六標準差（Six-Sigma）管理方案。然而，當製程不良率極低時，如何維持製程水準且持續監控，成為六標準差管理方案後續面臨的重要問題。本研究主要針對高良率製程（high yield process）的不良率監控進行研究的探討。

在統計製程管制（statistical process control，SPC）中，為了進行製程的監控，源起於 1924 修華特博士（Walter A. Shewhart）發展了管制圖的概念。管制圖依據品質特性可分成計量值管制圖和計數值管制圖兩種。計數值管制圖中常使用  $p$  管制圖和  $np$  管制圖監控制程不良率 and 不合格數。 $p$  管制圖和  $np$  管制圖是以二項分配為統計

基礎，當製程不良率非常低時，二項分配無法趨近常態分配，若要滿足常態分配的條件，則必須大量增加抽樣的樣本數，但該作法將會提高檢驗的成本。反之，若抽樣的樣本數不夠大，則使用傳統計數值管制圖進行製程的監控，將會造成錯誤警訊（false alarm）的增加。因此，Goh（1987）提出累計計數合（cumulative counts of conforming control chart, CCC）管制圖，利用檢驗出一個不合格品之前，所需檢驗之累計合格數作為管制的變數，用以取代傳統的管制圖以監控高良率製程。Xie, Lu, Goh, and Chan（1999）為了提升 CCC 管制圖之監控效益，延續 CCC 管制圖概念，提出 CCC-r 管制圖，也就是將管制變數延伸至檢驗出第  $r$  個不合格品發生之前所累計的合格數，提升偵測製程不良率的效率，此研究指出 CCC-r 管制圖對於偵測不良率的向上偏移有較佳的成效。Chen（2009）探討 CCC-r 管制圖在偵測製程變異產生的缺失，提出以新的方法重新設定管制界限，研究結果顯示，得以提高管制圖的偵測能力。Albers（2010）分析 CCC-r 管制圖之最佳化  $r$  的選取與不良率  $p$  的關係，並探討當不良率未知時，估計管制圖的監控影響性。故，CCC 與 CCC-r 管制圖已證實能有效的監控高良率製程。

在 CCC 管制圖的研究中，多數研究已顯示 CCC 管制圖能有效的監控高良率製程；Kuralmani, Xie, Goh, and Gan（2002）；Liu, Xie, Goh, Liu, and Yang（2006）；Noorossana, Saghaei, Paynabar, and Samimi（2007）。然而在傳統管制圖研究中以探討雙邊的管制界限進行監控，同時的監控品質特性的上升和下降的偏移，顯少著重特定單一方向的製程偏移。在 CCC 管制圖的研究文獻中，這些研究也著重於探討雙邊管制界限。Shu, Jiang, and Wu（2007）指出當品質特性為非對稱時，使用單邊的管制圖會較雙邊的管制圖更具監控效益，該研究以提出單邊指數加權移動平均管制圖（exponentially weighted moving average control chart, EWMA）探討以單邊管制圖監控製程平均數的績效。故本研究將針對品質特性的變異為單一方向偏移的監控，進行單邊 CCC 管制圖的研究。在相關應用實例中，例如醫院藥品部門在藥物管理的過程中，發生給藥錯誤（medication error）的情形，由於醫院每筆給藥資訊皆會做紀錄，若將此問題套用至 CCC 管制圖上，發生給藥錯誤的事件視為不合格品，則可利用 CCC 管制圖來監控醫院藥品部門給藥錯誤的情形。但是，對於醫院來說，若長時間沒有發生給藥錯誤的情形是好消息，相對的，值得關心的是短時間內發生給藥錯誤的情形，因此給藥錯誤率是否會上升，才是醫院必須嚴格監控的問題，因此可以運用單邊 CCC 管制圖來監控給藥錯誤率。

為了監控品質特性的單邊變化，本研究將提出單邊 CCC 與單邊 CCC-r 管制圖，建構其管制界限，並探討單邊 CCC 與單邊 CCC-r 管制圖的管制績效及其特性。

## 貳、文獻探討

### 一、CCC管制圖

$p$  管制圖和  $np$  管制圖是以二項分配為統計基礎，當製程不良率非常低時，使用  $p$  管制圖或  $np$  管制圖，進行製程的監控時，Chan, Lai, Xie, and Goh (2003) 指出了  $p$  管制圖和  $np$  管制圖的四項缺點：

#### (一)二項分配無法近似於常態分配

$p$  管制圖和  $np$  管制圖的管制界限是使用修華特管制圖 3 倍標準差的概念，而  $p$  管制圖和  $np$  管制圖的統計基礎為二項分配，二項分配若要滿足常態分配，根據中央極限定理，當樣本數很大的情況下，一般須符合  $np \geq 5$  且  $n(1-p) \geq 5$ ，才會趨近於常態分配。對於監控製程不良率非常低的高良率製程而言，若要趨近於常態分配的條件，只能大量增加樣本數，但這將會提高檢驗的成本。

#### (二)下管制界限呈現負值

當下管制界限呈現負值時，則下管制界限以零表示。但是，不合格品個數不會觀察到負值的情形，因此，當下管制界限為零時，不論製程不良率是否已經明顯降低，皆無法低於為零的下管制界限。所以如果沒有確實的下管制界限，則無法觀察到製程不良率是否有改善的情形。

#### (三)失控信號的過度反應

$p$  管制圖的上管制界限可能小於  $1/n$  或  $np$  管制圖的上管制界限可能小於 1，在這兩種情況下，當製程檢驗出不合格品的同時，就會出現失控的信號，造成管制圖的過度反應。

#### (四)審慎選擇抽樣大小

在相同的製程檢驗數據中，選擇合適的抽樣大小，會明顯地出現失控信號。但是，若選擇不合適的抽樣大小，則會導致無法觀察到失控的情況。

當製程不良率非常低時，使用  $p$  管制圖和  $np$  管制圖無法達到有效的監控。Calvin

(1983) 首先提出以兩個不合格品之間的累計合格品數當作監控變數的管制圖，針對零缺點的品質管理技術，也就是製程不良率接近零的情況，進行製程的監控。Goh (1987) 延續這個概念，提出 CCC 管制圖取代  $p$  管制圖和  $np$  管制圖來監控製程不良率非常低的情形。CCC 管制圖主要是監控介於兩個不合格品之間的合格品數，並假設符合每次抽樣皆為獨立試驗、抽樣不良率皆相同且只有合格與不合格兩種結果的特質。

當監控製程不良率非常低時，為了改善下管制界限呈現負值的情形，Xie and Goh (1992, 1997) 指出使用機率界限作為管制界限確實能改善此情形。Xie and Goh (1997) 證實使用機率界限作為管制界限相較於使用傳統  $k$  倍標準差更為有效。因此，使用機率界限作為 CCC 管制圖的管制界限。此外，Szarka III and Woodall (2011) 回顧監控伯努力製程 (Bernoulli process) 的文獻，指出 CCC 管制圖結合連串法則 (run rules) 將能提昇 CCC 管制圖的監控能力。其中研究結果更建議，若能將 CCC 結合於累計和管制圖 (cumulative sum control chart, CUSUM) 將提高其監控效能。故，CCC 不僅能有效的監控高良率製程，更可結合連串法則或累計和概念，以提昇監控製程的能力。

## 二、CCC-r管制圖

Bourke (1991) 首先提出二階段連串長度管制圖 ( $RL_2$  chart) 的概念，以兩個不合格品之間的連串長度為基礎，累計兩個連串長度為管制圖的監控變數，進行製程不良率的監控。研究結果發現，二階段連串長度管制圖相較於一階段連串長度管制圖 ( $RL_1$  chart) 能更快偵測出製程不良率的偏移。Xie et al. (1999) 延續了此概念，提出 CCC-r 管制圖，提升偵測製程不良率偏移的效率。CCC-r 管制圖主要是監控直到發生第  $r$  個不合格品之前的累計總抽樣數。統計基礎為服從製程累計不合格品數  $r$  和發生不合格品的機率  $p$  的負二項分配。

當  $r$  值等於 1 時，CCC-1 管制圖即為 CCC 管制圖。另外，CCC 管制圖和 CCC-r 管制圖判斷製程是否失控的方式，與修華特管制圖相同，當管制變數落在管制界限外，即判定製程發生異常情形。以上敘述為與本研究相關之計數值管制圖的回顧，接下來針對管制圖之判斷方式進行探討。

## 三、連串規則

在統計製程管制中，常使用平均串連長度 (average run length, ARL) 作為評估管制圖的績效指標，ARL 是指製程出現失控點之前的平均點數。ARL 分為兩種：一

種是製程在管制狀態內 (in control) 的 ARL ( $ARL_0$ )；另一種是製程失控 (out of control) 時的 ARL ( $ARL_1$ )。一般希望  $ARL_0$  愈大愈好，表示當製程在管制狀態內時，管制圖出現錯誤警訊次數愈少；希望  $ARL_1$  愈小愈好，表示當製程失控時，管制圖偵測異常的能力愈佳。

Govidaraju and Lai (2004) 延伸 ARL 的概念，提出 k-breach design，利用修華特管制圖直到第一點落在管制界限外的信號規則，考慮直到第兩點或第兩點以上的情形，即考慮 k 點落在管制界限外的信號規則，稱為 k-breach design。為了證明此方法的優劣，在假設製程管制狀態下相同的 ARL，利用變異係數 (coefficient of variation, CV) 進行比較。研究結果顯示，隨著 k 值的增加，使得變異係數的下降，即分散程度的下降。另外，加入 k-breach design 的概念，會使管制界限的位置產生移動。Govidaraju and Zhang (2006) 將 k-breach design 加入至 EWMA 管制圖，但造成  $ARL_1$  的增加，無法滿足 EWMA 管制圖監控小偏移的特性，若要達成良好的監控，則需要增加樣本數。Lai and Govidaraju (2008) 針對高良率製程，利用平均檢驗個數 (average number inspected) 監控加入 k-breach design 的 CCC-r 管制圖。

## 參、研究方法

本研究以適用於監控高良率製程的 CCC 管制圖為基礎，提出單邊 CCC 管制圖與單邊 CCC-r 管制圖，並探討管制圖連串長度之特性。

### 一、單邊 CCC 管制圖之建立

#### (一) 單邊 CCC 管制圖的管制界限

本研究為了監控單邊品質特性變化的高良率製程，以 Goh (1987) 提出的 CCC 管制圖為基礎，建構單邊 CCC 管制圖。令  $X$  表示在檢驗出一個不合格品之前，所需檢驗之累計合格品數，而  $p$  為製程的不良機率，則  $X$  為服從參數為製程不合格機率  $p$  的幾何分配，如公式 (1) 所示。單邊 CCC 管制圖使用機率界限作為管制界限，利用幾何分配的累積機率密度函數，如公式 (2) 所示，進行單邊 CCC 管制圖中心線和下管制界限的推導。假設型 I 誤差為  $\alpha$ ，則單邊 CCC 管制圖中心線和下管制界限如公式 (3) 和 (4) 所示。

$$P\{X = n\} = (1 - p)^{n-1} p, n = 1, 2, \dots, \infty \quad (1)$$

$$F(n, p) = \sum_{i=1}^n \{X = i\} = \sum_{i=1}^n (1-p)^{i-1} p = 1 - (1-p)^n \quad (2)$$

中心線推導：

$$F(\text{CL}, p) = 1 - (1-p)^{\text{CL}} = 0.5$$

$$\text{CL} = \frac{\ln(0.5)}{\ln(1-p)} \quad (3)$$

下管制界限推導：

$$F(\text{LCL}, p) = 1 - (1-p)^{\text{LCL}} = \alpha$$

$$\text{LCL} = \frac{\ln(1-\alpha)}{\ln(1-p)} \quad (4)$$

## (二)單邊 CCC 管制圖連串長度之特性

本研究假設製程在管制狀態內的連串長度為  $\text{RL}_0$ ，在單邊 CCC 管制圖中，可得知製程在管制狀態內的連串長度服從參數為  $\alpha$  的幾何分配，利用幾何分配的特性，推導出單邊 CCC 管制圖之平均連串長度 ( $\text{ARL}_0$ ) 和連串長度的標準差 ( $\text{SD}(\text{RL}_0)$ )，如公式 (5) 和 (6) 所示。

$$E(\text{RL}_0) = \text{ARL}_0 = \frac{1}{\alpha} \quad (5)$$

$$\text{SD}(\text{RL}_0) = \sqrt{\frac{1-\alpha}{\alpha^2}} = \frac{\sqrt{1-\alpha}}{\alpha} \quad (6)$$

本研究假設製程失控時的連串長度為  $\text{RL}_1$ ，當製程失控時，連串信號落在下管制界限的機率為  $(1-\beta)$ ，即連串長度服從參數為  $(1-\beta)$  的幾何分配，利用幾何分配的特性，推導出單邊 CCC 管制圖之  $\text{ARL}_1$  和  $\text{SD}(\text{RL}_1)$ ，如公式 (7) 和 (8) 所示。

$$\text{ARL}_1 = \frac{1}{1-\beta} = \frac{1}{1-[1-F(\text{LCL})]} = \frac{1}{1-(1-p)^{\text{LCL}}} \quad (7)$$

$$\text{SD}(\text{RL}_1) = \sqrt{\frac{1-(1-\beta)}{(1-\beta)^2}} = \frac{\sqrt{(1-p)^{\text{LCL}}}}{1-(1-p)^{\text{LCL}}} \quad (8)$$

由公式(5)至公式(8)得知,在管制狀態內的單邊 CCC 管制圖之  $ARL_0$  和  $SD(RL_0)$  與型 I 誤差  $\alpha$  有關;當製程失控時,  $ARL_1$  和  $SD(RL_1)$  與型 I 誤差  $\alpha$  和製程不良率  $p$  有關。

## 二、單邊 CCC-r 管制圖之建立

### (一)單邊 CCC-r 管制圖的管制界限

本研究提出單邊 CCC-r 管制圖,以 Xie et al. (1999) 提出的 CCC-r 管制圖為基礎。令  $X$  表示在檢驗出第  $r$  個不合格品之前,所需檢驗之累計合格品數,而  $p$  為製程的不良率,單邊 CCC-r 管制圖之管制變數  $X$  則服從參數為累計不合格品數  $r$  和製程不良率  $p$  的負二項分配,如公式(9)所示,利用負二項分配的累積機率密度函數,如公式(10)所示,進行單邊 CCC-r 管制圖中心線和下管制界限的推導。假設型 I 誤差為  $\alpha$ ,則單邊 CCC-r 管制圖中心線和下管制界限如公式(11)和(12)所示。

$$P\{X = n\} = \binom{n-1}{r-1} p^r (1-p)^{n-r}, \quad n = r, r+1, \dots, \infty \quad (9)$$

$$F(n, r, p) = \sum_{i=r}^n P\{X = i\} = \sum_{i=r}^n \binom{i-1}{r-1} p^r (1-p)^{i-r} \quad (10)$$

中心線推導：

$$F(CL_r, r, p) = \sum_{i=r}^{CL_r} \binom{i-1}{r-1} p^r (1-p)^{i-r} = 0.5 \quad (11)$$

下管制界限推導：

$$F(LCL_r, r, p) = \sum_{i=r}^{LCL_r} \binom{i-1}{r-1} p^r (1-p)^{i-r} = \alpha \quad (12)$$

### (二)單邊 CCC-r 管制圖連串長度之特性

單邊 CCC-r 管制圖平均連串長度相同於單邊 CCC 管制圖的做法。當製程在管制狀態內時,單邊 CCC-r 管制圖之  $ARL_0$  和  $SD(RL_0)$  與單邊 CCC 管制圖相同。當製程失控時,連串信號落在下管制界限的機率為  $(1-\beta)$ ,即連串長度服從參數為  $(1-\beta)$  的幾何分配,利用幾何分配的特性,推導出單邊 CCC-r 管制圖之  $ARL_1$  和  $SD(RL_1)$ ,如公式(13)和(14)所示。

$$ARL_1 = \frac{1}{1-\beta} = \frac{1}{1-[1-F(LCL_r)]} = \frac{1}{\sum_{i=r}^{LCL_r} \binom{i-1}{r-1} p^r (1-p)^{i-r}} \quad (13)$$

$$SD(RL_1) = \sqrt{\frac{1-(1-\beta)}{(1-\beta)^2}} = \frac{\sqrt{1 - \sum_{i=r}^{LCL_r} \binom{i-1}{r-1} p^r (1-p)^{i-r}}}{\sum_{i=r}^{LCL_r} \binom{i-1}{r-1} p^r (1-p)^{i-r}} \quad (14)$$

由公式(13)和(14)得知，當製程失控時，單邊 CCC-r 管制圖之  $ARL_1$  和  $SD(RL_1)$  除了與製程不良率  $p$  和下管制界限 LCL（即與  $\alpha$  和  $p$  有關）有關之外，也與累計不合格品數  $r$  有關。下一章將以數值模擬，探討在不同的不良率之下，單邊 CCC 管制圖和單邊 CCC-r 連串長度的績效表現。

## 肆、研究結果

利用前一章節所推導出的公式，實際建立單邊 CCC 管制圖和單邊 CCC-r 管制圖，並探討單邊 CCC 管制圖和單邊 CCC-r 管制圖平均連串長度和連串長度之變異，假設不同製程不良率  $p$ 、型 I 誤差  $\alpha$  與累計不合格品數  $r$  之下，了解單邊 CCC 管制圖和單邊 CCC-r 的管制績效。

### 一、單邊 CCC 管制圖之特性

#### (一)單邊 CCC 管制圖之管制界限

假設製程在管制狀態內的不良率  $p_0$  為 0.0005、0.001、0.005、0.01，型 I 誤差  $\alpha$  為 0.00135、0.0027、0.005、0.01、0.05 的情況下，利用公式 (3) 和 (4) 建立單邊 CCC 管制圖之中心線和下管制界限，如表 1 所示。

由表 1 得知，隨著製程不良率  $p$  的增加，單邊 CCC 管制圖之 CL 愈低；在相同的  $\alpha$  下，LCL 亦是呈現如此變化。在相同製程不良率  $p$  的情況下，當  $\alpha$  愈大，LCL 愈高。

表 1 單邊 CCC 管制圖之管制界限

$p$	$\alpha=0.0027$		$\alpha=0.005$		$\alpha=0.01$	
	CL	LCL	CL	LCL	CL	LCL
.0005	1386	5	1386	10	1386	20
.001	693	2	693	5	693	10
.005	138	0	138	1	138	2
.01	69	0	69	0	69	1

## (二)單邊 CCC 管制圖之範例說明

本研究引用 Xie, Goh, and Kuralmani (2002) 的研究數據前 50 筆，該數據由模擬產生不良率為 0.0005 的幾何分配資料，以符合高良率製程，如表 2 所示。此數據記錄每次有一個不合格品出現之前累計合格品數，依序記錄至第 50 個不合格品的出現。

利用本研究提出的單邊 CCC 管制圖進行監控，在  $\alpha$  為 0.05 與製程不良率  $p$  為 0.0005 的情況下，將數據代入公式 (3) 和 (4)，可得單邊 CCC 管制圖之中心線為 1386 和下管制界限為 102，並以缺點數序列為橫軸，累計合格品數為縱軸，繪製單邊 CCC 管制圖，如圖 1 所示。由圖 1 得知，第 40 筆數據（發生第 39 個不合格品後，直到發生第 40 個不合格品前的累計合格品數）落在下管制界限下方（失控點註記符號為 \*），即判定製程失控。若以雙邊 CCC 管制圖監控該製程資料，如圖 2 所示，將無法偵測製程的變異，此時第 40 筆的數據仍於管制界限之內。因此，當管制圖提供製程失控的訊號時，此時應當立即的暫停製程並重新校正製程，找出變異及排除，確認製程已校正完成後，方可再進行製程的運行監控。故，單邊 CCC 管制圖較有效的偵測製程。

## (三)單邊 CCC 管制圖連串長度之特性

假設製程在管制狀態內，不良率  $p_0$  為 0.0005。本研究探討當不良率  $p_0$  偏移時，單邊 CCC 管制圖的績效表現，此績效表現以 ARL 來衡量。在型 I 誤差  $\alpha$  為 0.0027、0.005、0.01 的情況下，單邊 CCC 管制圖之下管制界限由表 1 得知，分別為 20、10、5，再將下管制界限代入公式 (7) 和 (8)，在不同的偏移情形下，得到單邊 CCC 管制圖  $ARL_1$  和  $SD(RL_1)$ ，如表 3 所示，並繪製成折線圖，如圖 3 所示，以便於觀察其變化情形。由表 3 和圖 3 得知，當不良率  $p_0$  增加（也就是製程失控時）， $ARL_1$  愈小，表示管制圖在製程失控時，有良好的監控能力。而單邊 CCC 管制圖  $ARL_1$  和  $SD(RL_1)$  的變化極為接近，也就是當  $ARL_1$  愈大時，變異程度愈大；當  $ARL_1$  愈小，變異程度愈小。

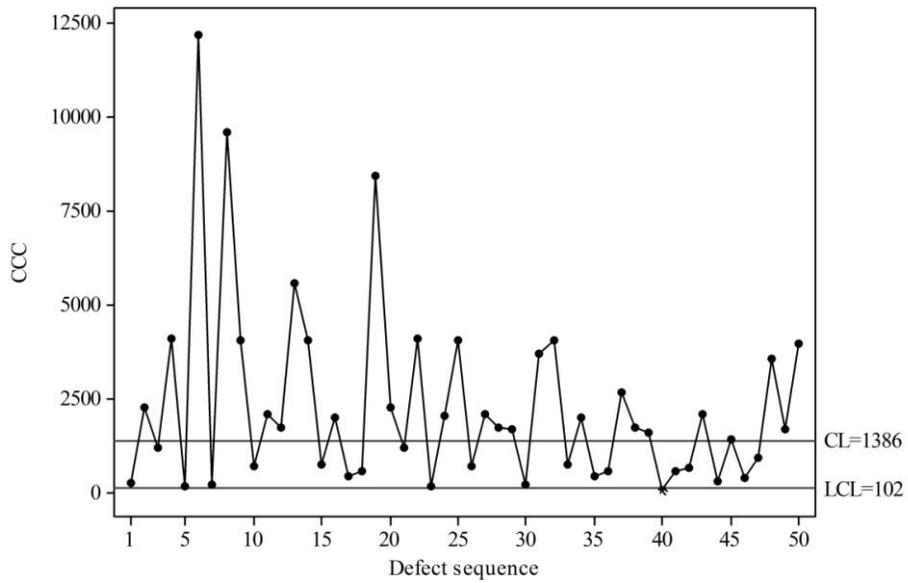


圖 1 單邊CCC管制圖

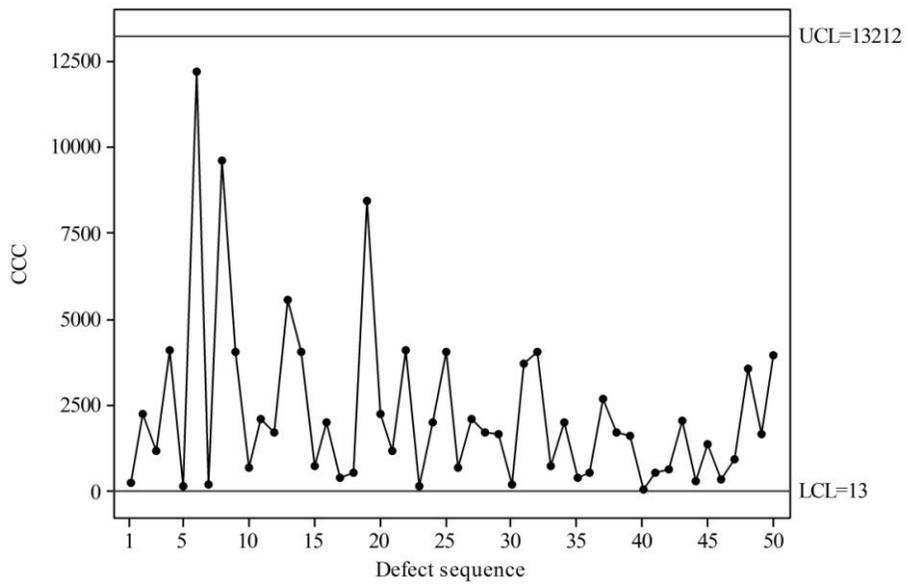


圖 2 雙邊 CCC 管制圖

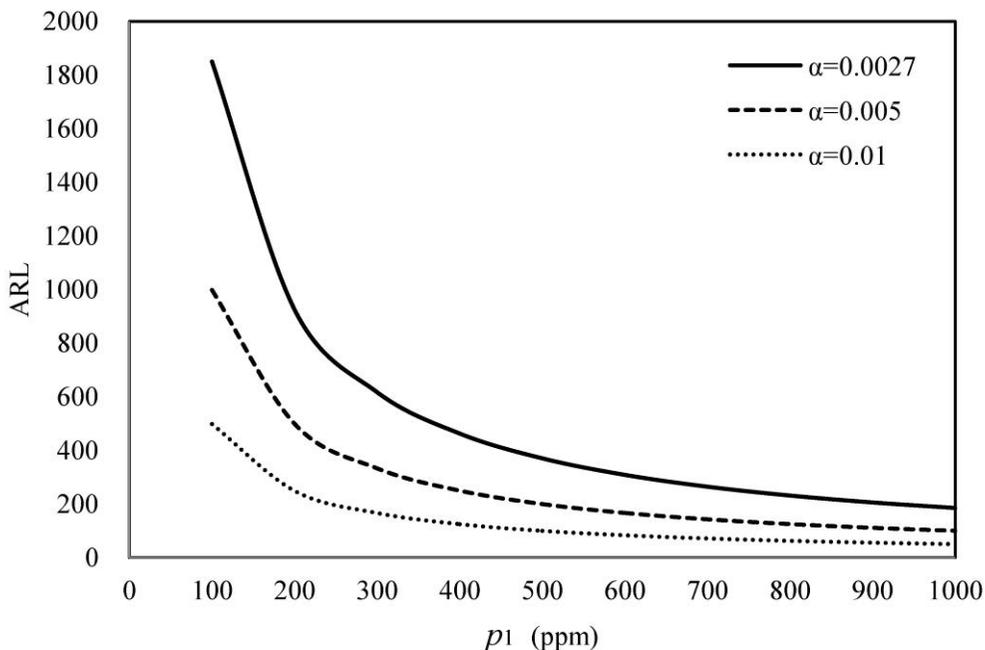


圖 3 單邊 CCC 管制圖平均連串長度 ( $p_0=0.0005$ )

表 2 不合格品數據 ( $p=0.0005$ )

Defect sequence	CCC	Defect sequence	CCC	Defect sequence	CCC	Defect sequence	CCC	Defect sequence	CCC
1	227	11	2088	21	1193	31	3705	41	546
2	2269	12	1720	22	4106	32	4042	42	655
3	1193	13	5562	23	154	33	716	43	2065
4	4106	14	4042	24	2011	34	2010	44	286
5	154	15	716	25	4045	35	402	45	1385
6	12198	16	2010	26	678	36	539	46	354
7	201	17	402	27	2088	37	2665	47	934
8	9612	18	539	28	1720	38	1711	48	3539
9	4045	19	8465	29	1656	39	1602	49	1671
10	678	20	2269	30	201	40	71	50	3955

資料來源：Xie et al. (2002)

表 3 單邊 CCC 管制圖連串長度之特性

$p$	$\alpha=0.0027$		$\alpha=0.005$		$\alpha=0.01$	
	ARL	SD	ARL	SD	ARL	SD
.0001	1850.22	1849.72	998.20	997.70	498.10	497.60
.0002	925.31	924.81	499.32	498.82	249.29	248.79
.0003	617.01	616.51	333.03	332.53	166.35	165.85
.0004	462.86	462.36	249.89	249.39	124.88	124.38
<b>.0005</b>	<b>370.37</b>	<b>369.87</b>	<b>200.00</b>	<b>199.50</b>	<b>100.00</b>	<b>99.50</b>
.0006	308.71	308.21	166.74	166.24	83.41	82.91
.0007	264.67	264.17	142.99	142.49	71.56	71.06
.0008	231.63	231.13	125.17	124.67	62.68	62.18
.0009	205.94	205.44	111.31	110.81	55.77	55.27
.001	185.39	184.89	100.23	99.72	50.24	49.74

## 二、單邊 CCC-r 管制圖之特性

### (一)單邊 CCC-r 管制圖之管制界限

不同於單邊 CCC 管制圖的部分，單邊 CCC-r 管制圖需考慮累計不合格品數  $r$  的選取，Xie et al. (1999) 指出 CCC-r 管制圖監控不良率非常低的製程，當累計不合格品數  $r$  愈大，會造成平均檢驗個數的大幅增加，通常建議  $r$  值以 2 至 5 範圍內為佳。因此，本研究單邊 CCC-r 管制圖中的累計不合格品數  $r$ ，分別針對  $r$  值等於 2、3、4 與 5 的情況，進行管制圖的評估。

假設製程在管制狀態內的不良率  $p_0$  為 0.0005、0.001、0.005、0.01，型 I 誤差  $\alpha$  為 0.00135、0.0027、0.005、0.01 與  $r$  值為 2、3、4 與 5 的情況下，利用公式 (11) 和 (12) 建立單邊 CCC-r 管制圖之中心線和下管制界限，如表 4 所示。

由表 4 得知，單邊 CCC-r 管制圖之 LCL 的位置，隨著製程不良率  $p$  的增加，呈現向下移動，表示隨著  $p$  的增加，LCL 往下調整以偵測製程的失控；隨著  $r$  值的增加，使得 LCL 向上移動。

表 4 單邊 CCC- $r$  管制圖之管制界限 ( $r=2\sim 5$ )

one-sided CCC-2 chart							one-sided CCC-3 chart						
$p$	$\alpha=0.0027$		$\alpha=0.005$		$\alpha=0.01$		$p$	$\alpha=0.0027$		$\alpha=0.005$		$\alpha=0.01$	
	CL	LCL	CL	LCL	CL	LCL		CL	LCL	CL	LCL	CL	LCL
.0005	3357	151	3357	207	3357	297	.0005	5349	542	5349	676	5349	872
.001	1679	75	1679	103	1679	148	.001	2674	271	2674	338	2674	436
.005	336	15	336	21	336	30	.005	535	54	535	68	535	87
.01	168	8	168	10	168	15	.01	268	27	268	34	268	44
one-sided CCC-4 chart							one-sided CCC-5 chart						
$p$	$\alpha=0.0027$		$\alpha=0.005$		$\alpha=0.01$		$p$	$\alpha=0.0027$		$\alpha=0.005$		$\alpha=0.01$	
	CL	LCL	CL	LCL	CL	LCL		CL	LCL	CL	LCL	CL	LCL
.0005	7345	1129	7345	1345	7345	1647	.0005	9342	1862	9342	2157	9342	2559
.001	3672	565	3672	673	3672	824	.001	4671	931	4671	1079	4671	1280
.005	735	114	735	135	735	165	.005	934	187	934	217	934	257
.01	367	57	367	68	367	83	.01	467	94	467	109	467	129

## (二)單邊 CCC- $r$ 管制圖之範例說明

本研究以累計不合格品數  $r$  為 2 的單邊 CCC- $r$  管制圖 (單邊 CCC-2 管制圖) 並延用表 2 的數據進行範例說明。相同的, 重新記錄數據直到第二個不合格品出現前的累計總抽樣數, 因此, 將數據整理成 25 筆資料, 如表 5 所示。

利用本研究提出的單邊 CCC- $r$  管制圖進行監控, 在  $\alpha$  為 0.05 與製程不良率  $p$  為 0.0005 的情況下, 將數據代入公式 (11) 和 (12), 可得單邊 CCC-2 管制圖之中心線為 3357 和下管制界限為 711, 並以缺點數序列為橫軸, 累計總抽樣數為縱軸, 繪製單邊 CCC-2 管制圖, 如圖 4 所示。由圖 4 得知, 無資料點落在下管制界限下方, 故可判定製程仍在管制狀態內。若以雙邊 CCC-2 管制圖監控該製程資料, 如圖 5 所示, 偵測到製程第 3 筆的數據超出上管制界限, 顯示製程有提昇的可能性。但在不對稱的品質特性監控中, 顯少著重於製程提昇的監控。此外, 雖然單邊 CCC-2 管制圖與雙邊 CCC-2 管制圖均未偵測出製程失控的訊號時, 但以單邊 CCC-2 的 LCL 較為嚴謹, 故採單邊 CCC- $r$  管制圖監控單一偏移的製程會較合適。若當單邊 CCC- $r$  偵測製程超出 LCL 時, 也需立即的暫停製程並重新校正製程, 找出變異並排除, 確認後方可再進行製程的運行監控。

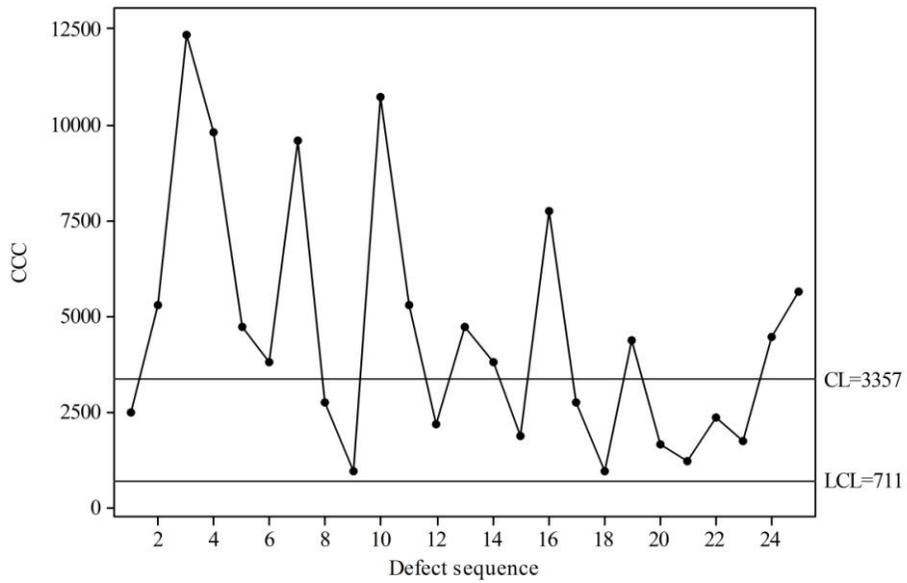


圖4 單邊CCC-2管制圖

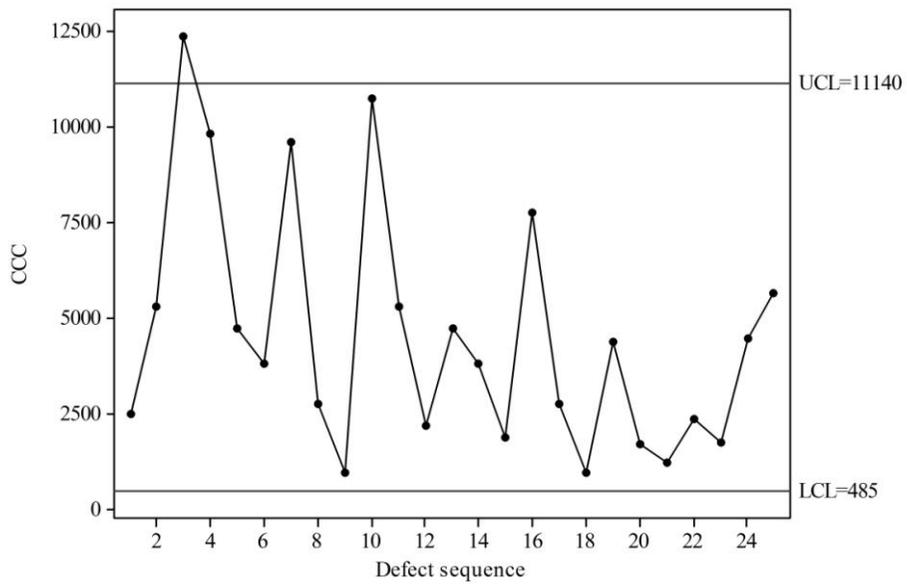


圖5 雙邊 CCC-2 管制圖

表 5 不合格品數據 ( $p=0.0005$ ,  $r=2$ )

Defect sequence	CCC	Defect sequence	CCC	Defect sequence	CCC	Defect sequence	CCC	Defect sequence	CCC
1	2497	6	3809	11	5300	16	7748	21	1202
2	5300	7	9605	12	2166	17	2727	22	2352
3	12353	8	2727	13	4724	18	942	23	1740
4	9814	9	942	14	3809	19	4377	24	4474
5	4724	10	10735	15	1858	20	1674	25	5627

### (三)單邊 CCC-r 管制圖連串長度之特性

假設製程不良率  $p_0$  為 0.0005、型 I 誤差  $\alpha$  為 0.0027、0.005、0.01 與累計不合格品數  $r$  為 2、3、4 與 5 的情況下，當製程失控時，將單邊 CCC-r 管制圖之下管制界限，如表 4 所示，代入公式 (13) 和 (14)，在不同的偏移情形下，得到單邊 CCC-r 管制圖  $ARL_1$  和  $SD(RL_1)$ ，如表 6 所示。

由表 6 得知，假設製程在管制狀態內，不良率  $p_0$  為 0.0005，當製程發生失控偏移情況時，單邊 CCC-r 管制圖  $ARL_1$  和  $SD(RL_1)$  在固定的  $r$  情況下，隨著製程不良率  $p$  的變大，呈現減少趨勢；在相同  $\alpha$  和  $p$  的情況下，隨著累計不合格品數  $r$  的增加， $ARL_1$  和  $SD(RL_1)$  呈現減少趨勢，即隨著  $r$  值的增加，愈能快速偵測到製程發生失控的情形且變異程度愈小。

## 伍、結論

本研究為了監控高良率製程的單邊品質特性變化，建構單邊 CCC 管制圖和單邊 CCC-r 管制圖，並探討單邊 CCC 管制圖和單邊 CCC-r 管制圖的管制績效。研究結果得知，無論是單邊 CCC 管制圖或是單邊 CCC-r 管制圖，平均連串長度和連串長度之變異的變化極為接近，另外單邊 CCC 管制圖或是單邊 CCC-r 管制圖在偵測製程不良率增加時，有良好的表現。當單邊 CCC-r 管制圖的累計不合格品數  $r$  愈大時，表現為愈佳。本研究是以假設的數值參數進行研究的評估與比較，建議未來可實際取得適用單邊 CCC 管制圖特性的數據，並使用單邊 CCC 管制圖進行監控與分析。

表 6 單邊 CCC-*r* 管制圖連串長度之特性 ( $r=2\sim5$ )

one-sided CCC-2 chart						
<i>p</i>	$\alpha=0.0027$		$\alpha=0.005$		$\alpha=0.01$	
	ARL	SD	ARL	SD	ARL	SD
<b>.0005</b>	<b>371.13</b>	<b>370.63</b>	<b>200.82</b>	<b>200.32</b>	<b>100.34</b>	<b>99.84</b>
.0006	260.29	259.79	141.36	140.86	71.05	70.55
.0007	193.13	192.63	105.27	104.77	53.22	52.72
.0008	149.33	148.82	81.69	81.19	41.54	41.04
.0009	119.15	118.65	65.42	64.92	33.46	32.96
.001	97.46	96.96	53.71	53.21	27.63	27.12
one-sided CCC-3 chart						
<i>p</i>	$\alpha=0.0027$		$\alpha=0.005$		$\alpha=0.01$	
	ARL	SD	ARL	SD	ARL	SD
<b>.0005</b>	<b>370.55</b>	<b>370.05</b>	<b>200.46</b>	<b>199.96</b>	<b>100.27</b>	<b>99.77</b>
.0006	223.15	222.65	121.9	121.39	61.84	61.33
.0007	146.22	145.72	80.65	80.14	41.48	40.98
.0008	101.91	101.41	56.75	56.25	29.60	29.09
.0009	74.46	73.96	41.86	41.36	22.13	21.63
.001	56.46	55.96	32.04	31.54	17.17	16.67
one-sided CCC-4 chart						
<i>p</i>	$\alpha=0.0027$		$\alpha=0.005$		$\alpha=0.01$	
	ARL	SD	ARL	SD	ARL	SD
<b>.0005</b>	<b>371.06</b>	<b>370.56</b>	<b>200.30</b>	<b>199.80</b>	<b>100.12</b>	<b>99.62</b>
.0006	195.42	194.92	107.24	106.74	54.83	54.33
.0007	115.15	114.65	64.23	63.72	33.59	33.08
.0008	73.66	73.16	41.75	41.25	22.32	21.81
.0009	50.16	49.66	28.89	28.38	15.78	15.28
.001	35.89	35.38	20.99	20.49	11.72	11.21
one-sided CCC-5 chart						
<i>p</i>	$\alpha=0.0027$		$\alpha=0.005$		$\alpha=0.01$	
	ARL	SD	ARL	SD	ARL	SD
<b>.0005</b>	<b>370.65</b>	<b>370.15</b>	<b>200.12</b>	<b>199.62</b>	<b>100.09</b>	<b>99.59</b>
.0006	173.19	172.68	95.69	95.19	49.37	48.87
.0007	93.09	92.58	52.62	52.12	27.99	27.49
.0008	55.42	54.92	32.04	31.54	17.56	17.06
.0009	35.67	35.16	21.08	20.58	11.90	11.39
.001	24.40	23.90	14.74	14.23	8.57	8.05

## 參考文獻

1. Albers, W. (2010). The optimal choice of negative binomial charts for monitoring high-quality processes. Journal of Statistical Planning and Inference, 140(1), 241-225.
2. Bourke, P. D. (1991). Detecting a shift in fraction nonconforming using run-length control charts with 100% inspection. Journal of Quality Technology, 23(3), 225-238.
3. Calvin, T. W. (1983). Quality control techniques for "zero-defects". IEEE Transactions on Components, Hybrids, and Manufacturing Technology, 6(3), 323-328.
4. Chan, L. Y., Lai, C. D., Xie, M., & Goh, T. N. (2003). A two-stage decision procedure for monitoring processes with low fraction nonconforming. European Journal of Operational Research, 150(2), 420-436.
5. Chen, J. T. (2009). A new approach to setting control limits of cumulative count of conforming charts for high-yield processes. Quality and Reliability Engineering International, 25(8), 973-986.
6. Goh, T. N. (1987). A control chart for very high yield processes. Quality Assurance, 13(1), 18-22.
7. Govindaraju, K., & Lai, C. D. (2004). Run length variability and three sigma limits. Economic Quality Control, 19(2), 175-184.
8. Govindaraju, K., & Zhang, L. (2006). A note on run length variability reduction for EWMA charting. Economic Quality Control, 21(2), 171-181.
9. Kuralmani, V., Xie, M., Goh, T. N., & Gan, F. F. (2002). A conditional decision procedure for high yield process. IIE Transactions, 34, 1021-1030.
10. Lai, C. D., & Govindaraju, K. (2008). Reduction of control-chart signal variability for high-quality processes. Journal of Applied Statistics, 35(6), 671-679.
11. Liu, J. Y., Xie, M., Goh, T. N., Liu, Q. H., & Yang, Z. H. (2006). Cumulative count of conforming chart with variable sampling intervals. International Journal of Production Economics, 101, 286-297.

12. Noorossana, R., Saghaei, A., Paynabar, K., & Samimi, Y. (2007). On the conditional decision procedure for high yield process. Computers & Industrial engineering, *53*, 469-477.
13. Shu, L., Jiang, W., & Wu, S. (2007). A one-sided EWMA control chart for monitoring process means. Communications in Statistics-Simulation and Computation, *36*(4), 901-920.
14. Szarka III, J. L., & Woodall, W. H. (2011). A review and perspective on surveillance of Bernoulli processes. Quality and Reliability Engineering International, *27*(6), 735-752.
15. Xie, M., & Goh, T. N. (1992). Some procedures for decision making in controlling high yield processes. Quality and Reliability Engineering International, *8*(4), 355-360.
16. Xie, M., & Goh, T. N. (1997). The use of probability limits for process control based on geometric distribution. International Journal of Quality & Reliability Management, *14*(1), 64-73.
17. Xie, M., Goh, T. N., & Kuralmani, V. (2002). Statistical models and control charts for high-quality process. Norwell: Kluwer Academic Publishers.
18. Xie, M., Lu, X. S., Goh, T. N., & Chan, L. Y. (1999). A quality monitoring and decision-making scheme for automated production processes. International Journal of Quality & Reliability Management, *16*(2), 148-157.

2012年01月18日收稿

2012年02月24日初審

2012年05月07日複審

2012年06月05日接受